Contribution à la Caractérisation des Convertisseurs Analogiques Numériques haute performances : Mise en œuvre de nouveaux systèmes de traitement du signal pour le test in-situ.

Chiheb Rebai

N° d'ordre : **2597**

THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITÉ BORDEAUX I

ÉCOLE DOCTORALE DE SCIENCES PHYSIQUES ET DE L'INGENIEUR

par Mr. **Chiheb REBAI**

POUR OBTENIR LE GRADE DE

DOCTEUR

SPÉCIALITÉ : ELECTRONIQUE

Contribution à la Caractérisation des Convertisseurs Analogiques Numériques haute performances : Mise en œuvre de nouveaux systèmes de traitement du signal pour le test in-situ.

Soutenue le : **9 décembre 2002**

Après avis de :

MM.	**A. GHAZEL,**	Maître de Conférences, HDR, SUP'COM, Tunis	**Rapporteurs**
	R. KIELBASA,	Professeur, SUPELEC, Paris	

Devant la commission d'examen formée de :

MM.	**D. DALLET,**	Maître de Conférences, ENSEIRB, Bordeaux	**Rapporteur**
	L. DUGOUJON,	Ingénieur, ST-Microelectronics, Grenoble	**Examinateurs**
	A. GHAZEL,	Maître de Conférences, HDR, SUP'COM, Tunis	
	R. KIELBASA,	Professeur, SUPELEC, Paris	
	Ph. MARCHEGAY,	Professeur, ENSEIRB, Bordeaux	
	A. TOUBOUL,	Professeur, Université de Bordeaux 1	**Président**

- 2002 -

A mes parents, qu'ils sachent combien je leur suis reconnaissant

A Mariem, avec tout mon amour

A mon frère Riadh

« La recherche procède par des moments distincts et durables, intuition, aveuglement, exaltation et fièvre. Elle aboutit un jour à cette joie, et connaît cette joie celui qui a vécu des moments singuliers »

Albert Einstein

Remerciements

Ces travaux de recherche ont été effectués au sein du laboratoire IXL de l'Université Bordeaux 1, dirigé par Monsieur le Professeur André Touboul. Je tiens tout d'abord à remercier Monsieur André Touboul de m'avoir accueilli dans le laboratoire IXL et du grand honneur qu'il me fait en acceptant d'être président du jury de cette thèse.

J'exprime ma profonde gratitude à Monsieur le Professeur Philippe Marchegay, directeur de l'ENSEIRB, qui a assuré la direction de cette thèse, pour la confiance qu'il m'a accordée en m'accueillant au sein de l'équipe "Métrologie, traitement du signal", pour ses conseils et sa disponibilité.

Je tiens à présenter ma vive gratitude à Monsieur Dominique Dallet, Maître de Conférences à l'ENSEIRB, co-encadrant de ces travaux, pour ses conseils efficaces et les discussions nombreuses et fructueuses qu'il a toujours accueilli avec une grande disponibilité. Qu'il trouve ici l'expression de mes respectueux remerciements et ma grande admiration pour son soutien et sa gentillesse qu'il m'a toujours témoignée.

Que Messieurs Adel Ghazel, Maître de Conférences HDR à SUP'COM Tunis, et Richard Kielbasa, Professeur à SUPELEC Paris, soient remerciés pour l'attention qu'ils ont accordé à la correction de ce mémoire, leurs judicieuses remarques et pour l'honneur qu'ils m'ont fait en venant juger ce travail.

Mes sincères remerciements s'adressent à Monsieur Laurent Dugoujon, Manager en conception de convertisseurs de données de ST-Microélectronics Grenoble, pour sa participation à ce jury et l'intérêt porté pour la réalisation du système de test in-situ. Une partie essentielle de ce travail a été menée en collaboration avec ST-Microelectronics Grenoble. Je tiens donc à exprimer mon entière reconnaissance à Monsieur Bernard Majoux, directeur design produits standard linéaires, pour sa confiance en acceptant de parrainer cette thèse.

Je voudrais également exprimer ma gratitude à tout le personnel du laboratoire IXL, particulièrement à l'ensemble des enseignants et notamment Serge Barrière, Laurent Béchou, Jean-Baptiste Bégueret, Yannick Berthoumieu, Bertrand Carbonne, Yves Danto, Yann Deval, Pascal Fouillat, Pierre Jarry, Eric Kerhervé, Nathalie Labat, Hervé Lapuyade, Noëlle et Dean Lewis, François Marc, Philippe Roux, Yves Ousten, Christian Zardini, Pascal Tardy, Jean Tomas et Thomas Zimmer pour leur aide et leur gentillesse ; mais également à toute l'équipe administrative : Valérie Barrouillet, Mireille Bernard, Valérie Cauhapé, Fanny Damas, Elisabeth Drillon et Ute Duclair.

Je voudrais ensuite remercier très chaleureusement les informaticiens professionnels Regis Devreese et Patrick Villesuzanne pour leurs compétences, leur disponibilité et leur amitié.

J'associe bien sûr à ce travail tous les membres, anciens ou nouveaux, thésards ou stagiaires, de l'équipe "Métrologie, traitement du signal" du laboratoire IXL : Mathieu Beaujean, Frank Bieliki, Veronique Bret, Catherine Bouton, Arnaud-Pierre Faure, Vincent Fresnaud, Laurent Grenier, Djamel Haddadi, Lassad Jemai, Emilio Manchini, Franchesco Marini, Stéphane Razé, Papa Malick Sarr, Sergio Schivazappa, et Guillaume Vernet pour leur aide et leur sympathie durant ces longues années de labeur.

Je ne saurais oublier les différents thésards que j'ai côtoyés tout au long de ces années au sein du laboratoire IXL : Frédéric Alicalapa, Ludovic Alvado, Gregory Andriamonge, Bertrand Ardouin, Thomas Beauchene, Laurent Courcelle, David Deschans, Nathalie Deltimple, Ahmed Fakhfakh, Fahmi Ghozzi, Pierre Gouget, Alexis Gourrinat, Mathieu Hazouard, Sarah Huyghe, Walid Lajnef, Jean-Christophe Martin, Marie-Pascale Martin, Hasséne Mnif, Benoît Mongellaz, Guillaume Monnerie, Fabrice Seguin, Olivier Tamarin, Thierry Taris, Angélique Tetelin et bien sûr tous ceux que j'aurais pu oublier malencontreusement.

Je remercie également Afif Sellami pour sa bonne humeur et ses encouragements ainsi que les différents thésards que j'ai le plaisir de connaître au sein du laboratoire d'informatique LaBRI : Sylvie Alayrangues, Yvan Le Borgne, Bertrand Cirou, Bilel Derbel, Yon Dourisboure, Pierre Hanna, David Renault, Laurent Tichit, Aymeric Vincent qui m'ont fait l'amitié de partager des moments et discussions sympathiques.

Enfin, je ne voudrais terminer ces lignes sans remercier toute ma famille pour leurs encouragements, leur soutien et leur gentillesse tout au long de ces années.

Notations et abréviations

A	Amplitude du signal analogique *v(t)*.
$\hat{A}$	Estimation de l'amplitude du signal analogique *v(t)*.
A_j	Coefficient utilisés pour le placement des zéros de la *NTF*.
B	Bande passante du modulateur $\Sigma\Delta$.
B_{-3dB}	Bande passante à -3dB.
B_j	Coefficient utilisés pour le placement des pôles de la *NTF*.
B_M	Plancher du bruit.
B_q	Valeur efficace du bruit de quantification.
C	Offset du signal analogique *v(t)*.
$\hat{C}$	Estimation de l'offset du signal analogique *v(t)*.
$d_{n-1},\dots,d_0$	Bits de sortie d'un CAN.
D	Représentation décimale du signal numérique normalisée à *PE*.
e	Erreur de quantification du CAN.
er	Fonction d'erreur expérimentale.
$E(z)$	Bruit de quantification.
f_c	Fréquence centrale du modulateur $\Sigma\Delta$ passe bande.
f_r	Fréquence de résonance d'une cellule biquadratique.
$f(i)$	Fréquence d'apparition d'un code *i*.
$F_e=1/T_e$	Fréquence du signal d'entrée.
$F_h=1/T_h$	Fréquence d'échantillonnage.
FFT	Transformée de Fourier rapide.
$H(i)$	Histogramme des code i.
$H(z)$	Filtre numérique.
i	Code binaire.
J	Nombre de périodes de l'acquisition.
J_{er}	Critère des moindre carrée.
k	Ordre du modulateur $\Sigma\Delta$.
k_0	Constante réglant la valeur de l'oscillation du résonateur numérique et des oscillateur $\Sigma\Delta$.
k_1, k_2	Constantes réglant la fréquence de résonance et la largeur de bande des cas spéciaux des filtres LDI.

k_i	Constante réglant la valeur de fréquence de résonance d'une cellule de type LDI classique et « undamped ».
k_f	Constante Réglant la valeur exacte de la fréquence d'oscillation du l'oscillateur $\Sigma\Delta$ passe bande.
K_c	Constante réglant la valeur de fréquence centrale du l'oscillateur $\Sigma\Delta$ passe bande.
l	Nombre de bits du quantificateur du modulateur $\Sigma\Delta$.
LSB	Least Significant bit : bit de poids le plus faible.
M	Nombre d'échantillons.
MSB	Most Significant bit : bit de poids le plus fort.
n	résolution du CAN.
n_{eff}	Nombre de bits effectifs.
NLD	Non Linéarité différentielle.
NLI	Non Linéarité Intégrale.
NTF	Noise Tranfert Function.
$N(k)$	Transformé de Fourrier de η.
$N(\mu,\sigma)$	Variable aléatoire à distribution normale.
OSR	Over Sampling Ratio : facteur de suréchantillonnage.
$p(i)$	Probabilité d'apparition d'un code *i*.
$p_1, p_2, \ldots, p_k$	Pôles dans le plan *Z*.
PE	Pleine échelle.
$Pr(i)$	Fonction de répartition des codes *i*.
$\hat{P}_\eta$	Puissance estimée à la sortie X_{nt} du filtre coupe bande et du banc de filtre.
$\hat{P}_{s,i}$	Puissance estimée à la sortie $X_{bp,i}$ du filtre coupe bande.
$\hat{P}_s$	Puissance estimée à la sortie X_{bp} du filtre coupe bande.
q	Pas de quantification.
q_i	Largeur réelle de la marche du code *i*.
Q	Facteur de qualité.
$\tilde{s}_i$	Signal à la sortie $X_{bp,i}$ du filtre coupe bande.
$\tilde{s}$	Signal à la sortie X_{bp} du filtre coupe bande.
$S(f)$	Densité spectrale de puissance.
S_q	Densité spectrale du bruit de quantification.
SINAD	SIgnal to Noise and Distortion ratio : rapport signal sur bruit plus distorsion.
SNR	Signal to Noise Ratio : rapport signal sur bruit.
SNR_{max}	Valeur maximale espéré pour le *SNR*.
STF	Signal Tranfert Function.

S_X	Densité spectrale de puissance d'une variable aléatoire *X*.
THD	Total Harmonic Distortion : Taux de distorsion harmonique.
$T_0,...T_k$	Polynômes de Chebychev.
$v(t)$	Signal analogique.
$V_t(i)$	Niveau de transition du code *i*.
X_{bp}	Sortie associé au fondamental du filtre coupe bande.
$X_{bp,i}$	Sortie associé au $i^{ième}$ harmonique du banc de filtres.
X_{in}	Entrée du filtre coupe bande et du banc de filtres.
X_{nt}	Sortie associée au bruit du filtre coupe bande et du banc de filtres.
$z_1, z_2, ..., z_k$	Zéros dans le plan *Z*.
Δf_{sp}	Résolution du spectre de puissance.
η	Bruit Blanc Gaussien.
$\tilde{\eta}$	Signal à la sortie X_{nt} du filtre coupe bande et du banc de filtre.
φ	Phase du signal analogique $v(t)$.
φ_1, φ_2	Condition initiale sur les deux registres R_1 et R_2 du résonateur.
μ_X	Moyenne d'une variable aléatoire *X*.
$\hat{\mu}_X$	Estimateur de la moyenne μ_X de la variable aléatoire *X*.
σ_X^2	Variance d'une variable aléatoire *X*.
$\hat{\sigma}_X^2$	Estimateur de la variance σ_X^2 de la variable aléatoire *X*.

Sommaire

Introduction

Introduction

La communication est l'un des besoins les plus fondamentaux de l'homme. Il est satisfait en mettant en relation, à travers un canal, la source de l'information et le destinataire à l'aide d'un signal. Véhicule de l'information, le signal est un moyen qui rend la communication techniquement possible, il est le revêtement physique des messages. Le traitement de l'information véhiculée par des signaux touche aujourd'hui des domaines très variés allant de la médecine à la production industrielle, en passant par la géophysique, l'astrophysique, l'instrumentation ou encore les systèmes radars ou sonars... Cependant, dans le domaine des télécommunications, le traitement du signal trouve des applications très importantes et ce domaine fut un stimulateur majeur pour l'étude, le développement et le perfectionnement de ces techniques.

Les réseaux de télécommunications sont en cours de numérisation, avec comme objectifs une amélioration de la qualité des liaisons, une banalisation des canaux et l'introduction de nouveaux services, en plus des avantages économiques substantiels. Le domaine des communications numériques s'ouvre de plus en plus au grand public par l'intermédiaire d'applications telles que les téléphones cellulaires, la radio numérique ou encore la télévision numérique. Cet environnement de plus en plus numérisé des télécommunications conduit à des réalisations de systèmes qui véhiculent une information numérique plutôt qu'analogique.

Parmi les avantages du traitement du signal sous la forme numérique, on peut citer l'absence de dérives des caractéristiques (les caractéristiques du traitement sont figées d'une manière rigoureuse), la grande reproductibilité (les tolérances sur les valeurs des composants n'ont aucune conséquence), un niveau de qualité élevé (il suffit d'augmenter le nombre de bits pour amener le niveau de distorsion au-dessous d'un niveau donné), la possibilité de fonctions nouvelles (souplesse de programmation),…

Cependant la nature des signaux physiques reste du domaine analogique, c'est pourquoi le Convertisseur Analogique Numérique (CAN) représente le maillon critique et incontournable d'une chaîne de traitement numérique des signaux.

Poussés par les systèmes de télécommunications numériques à haut débit, les systèmes de radiocommunications, TV numérique, radars…, les convertisseurs analogiques numériques et numériques analogiques, indispensable dans toute chaîne d'acquisition et de traitement du signal, se font toujours plus rapides, plus précis, plus intégrés et moins gourmands en consommation. Les technologies et architectures actuelles permettent déjà d'atteindre des performances appréciables. Mais, pour relever les défis de demain et dépasser la barrière de quelques Gigahertz, des nouvelles technologies et architectures s'imposent. Ces dernières commencent à sortir des laboratoires et fonctionnent à des fréquences d'échantillonnage de 4 GHz et une résolution de 8 bits.

La caractérisation classique d'un convertisseur analogique numérique consiste à analyser le signal issu de sa sortie. Un des objectifs actuels du traitement du signal dans le cadre de la caractérisation de convertisseur analogique numérique est d'exploiter le signal issu du composant selon trois modes d'analyse, tout en essayant de dissocier les sources d'erreurs liées à l'instrumentation de celles liées au composant. Les trois méthodes classiques de caractérisation dynamique des CANs sont : l'analyse spectrale, par application d'une transformé de Fourrier, l'analyse statistique, par application d'un histogramme, et l'analyse temporelle, par l'utilisation d'algorithmes d'interpolation.

Le Laboratoire de Microélectronique IXL a conçu et développé un système de caractérisation, CANTEST, dans le cadre d'actions de recherche sur le test des systèmes de conversion de données menées en collaboration avec des partenaires industriels [Rena90]. Ce système permet l'acquisition et l'analyse des signaux issus du CAN.

L'augmentation à la fois de la résolution et de la vitesse des convertisseurs analogiques numériques nécessite des moyens de test de plus en plus sophistiqués. Que ce soit d'un point de vue matériel (sources de test précises, filtres sélectifs,…) ou d'un point de vue logiciel (méthode de traitement numérique permettant de séparer les sources d'erreurs provenant de l'instrumentation et celles générées par le CAN), il est devenu nécessaire d'introduire des solutions autres que celles proposées dans les différents standards [Dyna98], [Ieee99].

En effet, Il est souvent difficile de trouver une instrumentation adéquate à la caractérisation de CAN dit de haute résolution ou bien cela nécessite des moyens financiers considérables. De plus, les architectures des CANs sont de plus en plus complexes, et il est toujours nécessaire pour les concepteurs de déterminer l'origine des dégradations du fonctionnement du composant.

Deux solutions sont envisageables. La première consiste à chercher les limites de l'instrumentation et à proposer des méthodes de traitement du signal qui remédient à ces imperfections. Les études qui ont suivi l'élaboration de CANTEST sont dirigées dans cette direction. Une méthode originale a été mise au point ; elle consiste à travailler sur un signal de référence « deux tons » et non plus sur une seule onde sinusoïdale en entrée [Benk93]. Une étude de robustesse des différents algorithmes liés à l'analyse statistique et temporelle a fait l'objet des travaux qui ont suivis [Dall95], en proposant de nouvelles méthodes pour certains paramètres (non linéarités, nombre de bits effectifs, gigue).

La deuxième solution réside en l'intégration des méthodes de caractérisation avec le CAN ce qui permet de minimiser les problèmes liés à l'instrumentation. En effet, l'utilisateur de ces circuits cherche à évaluer rapidement les performances plutôt qu'effectuer une caractérisation complète avec les méthodes classiques. L'étude menée au cours de cette thèse s'inscrit dans le cadre de cette démarche en intégrant le test avec le composant (BIST : Built In Self Test). Cette solution permet l'extraction des paramètres des CANs dans son environnement, mais nécessite aussi l'intégration de la source sinusoïdale sur la puce.

L'étude du BIST est donc séparée en deux parties : la première traite de la génération d'un signal et la seconde étudie le calcul de certains des paramètres spectraux. Une nouvelle approche basée sur l'utilisation de la modulation sigma delta numérique est utilisée pour la conception de l'oscillateur [Veil97]. En effet, la structure proposée est constituée d'un modulateur Sigma Delta numérique introduit dans la boucle de réaction d'un résonateur numérique qui permet de générer non pas un signal sinusoïdal numérique, mais plutôt un flux binaire (bitstream). Cette configuration permet d'avoir un signal analogique (codé sur un seul bit) avec une mise en forme du bruit de quantification en le rejetant hors de la bande utile. Un deuxième bloc constitué d'un filtre analogique passif est connecté à la sortie de l'oscillateur pour atténuer ce bruit hors bande. Le résultat constitue un oscillateur fournissant un signal précis pour le test des CANs dits de haute résolution.

Une nouvelle approche basée sur le filtrage numérique est proposée pour l'extraction des paramètres du CAN. En effet, vu que l'implantation des trois méthodes classiques d'analyse des données issues du CAN s'avère coûteuse en terme de circuit, nous proposons une nouvelle méthode d'analyse basée sur un banc de filtre numérique. Le système est un réseau de cellules biquadratiques résonnant à des fréquences accordées sur les harmoniques. Le banc sépare les composantes spectrales du signal numérique issues du CAN. Une unité de calcul assure l'estimation des puissances de chaque composante spectrale ainsi que la puissance du bruit. Ceci permet d'estimer certains paramètres spectraux comme le *SINAD*, *THD* et le *SNR*.

Ce document se présente sous la forme de quatre chapitres :

- Tout d'abord, l'environnement de la conversion analogique numérique est présenté afin de mieux cerner les problèmes liés à la caractérisation classique des CANs. Ensuite, nous présentons un état d'art du test des CANs in-situ à travers une bibliographie récente. Nous pourrons alors proposé un schéma synoptique du BIST mis en œuvre lors de ces travaux.

- La génération du signal in situ est abordé dans le deuxième chapitre. Nous proposons un système basé sur la réalisation de deux oscillateurs $\Sigma\Delta$. Le premier permet de générer des signaux dans la bande audio. Le deuxième est dédié à la génération de signaux de quelques Mégahertz et utilise une structure passe-bande.

- Dans le troisième chapitre, nous présentons l'unité d'extraction des paramètres spectraux. Cette unité est basée sur la réalisation soit d'un filtre coupe bande, pour l'estimation du *SINAD*, soit d'un banc de filtres pour l'estimation du SNR et la *THD*. Nous utilisons une structure de filtres type LDI. Cette cellule permet d'ajuster la largeur de la bande passante ainsi que la fréquence de résonance. Ensuite, nous étudions le caractère aléatoire des données issues de la sortie du CAN. En effet, le banc du filtre va opérer avec des données qui inclus du bruit aléatoire. Nous comparons alors la précision de calcul de la densité spectrale de puissance par FFT et par filtrage numérique en déterminant l'expression de l'intervalle de confiance de la puissance.

- Dans une première approche, l'outil MATLAB a permis de valider rapidement les architectures choisies en arithmétique flottante. Dans le quatrième chapitre, des simulations plus fines en arithmétique fixe (nombre de bits fini) grâce au logiciel SPW ont confirmé le bon fonctionnement. Un fichier VHDL est généré pour chaque structure. Les circuits ont été synthétisés et implanté dans un composant type FPGA. Nous décrivons le banc de test des circuits réalisés ainsi que les résultats de mesure.

Chapitre I

La problématique du test des CANs

Chapitre I : La problématique du test des CANs

I. Introduction

L'évolution des circuits intégrés numériques, en terme de vitesse et de densité, permet la réalisation d'algorithme de traitement du signal de plus en plus complexe. Aussi, tout naturellement, certaines applications sont passées de l'électronique analogique à l'électronique numérique. Le passage d'un type de donnée à l'autre se fera par des convertisseurs, composants " mixtes " qui vont manipuler des tensions analogiques en entrée et des signaux logiques en sortie et vice-versa.

Plusieurs types de convertisseurs sont disponibles dans chaque catégorie, qui se différencient par leur précision, leur vitesse de traitement de l'information, leur prix... Il n'y a pas " le " convertisseur à tout faire qui soit bon partout : l'utilisateur devra faire un choix en fonction de ses besoins.

Il est donc fondamental pour l'utilisateur de ces circuits de disposer d'un outil de caractérisation rapide et simple d'emploi. De plus l'instrumentation adéquate pour la caractérisation d'un CAN dont la résolution et la vitesse sont de plus en plus élevées, est très onéreuse. Or l'utilisateur veut simplement vérifier le bon fonctionnement du CAN à travers la validation des spécifications fournis par le constructeur : une seule fréquence de test lui est nécessaire.

Le test industriel, approche de type Go/NoGo, demande aussi une caractérisation rapide afin de diminuer le coût du composant. C'est pourquoi, nous avons orienté nos travaux sur une solution qui consiste à intégrer des méthodes de test du CAN in-situ. En effet, effectuer le test avec le composant permet de simplifier la topologie du test en effectuant une évaluation des performances du CAN et non pas une caractérisation complète du composant. Pour effectuer ce travail, il est nécessaire de rappeler certains points :

- La définition des paramètres d'erreurs permettant de quantifier les performances d'un CAN
- Les méthodes utilisées pour la mesure de ces paramètres
- Les fonctionnalités du BIST qui sont pour l'instant orientés sur la recherche de fautes plutôt que sur l'évaluation des performances du CAN sous test

L'objectif de ce chapitre est donc de situer le contexte de l'étude à travers ces trois points et de montrer que l'implantation des algorithmes de test usuels est impossible car trop complexe. Nous terminerons alors ce chapitre en proposant une structure adéquate à la caractérisation des CANs in-situ différente de celle proposée dans la littérature puisque orientée vers la recherche de fautes.

II. Le convertisseur analogique numérique

Le convertisseur analogique numérique est représenté par sa fonction de transfert, liaison entre un signal continu du domaine analogique et des échantillons discontinus du domaine numérique. Les paramètres instrumentaux (d'erreurs) représentent directement ou indirectement les variations de la fonction de transfert d'un CAN réel par rapport à celle d'un CAN parfait de même type. Ils permettent d'évaluer les performances d'un CAN réel et servent d'outils d'interprétation de son fonctionnement.

Nous commençons par présenter brièvement les définitions relatives au fonctionnement du CAN. La grandeur analogique à temps continu v est transformée en un signal discret (d_0, d_1, …, d_{n-1}). L'équation de définition du convertisseur s'écrit alors :

$$v = d_{n-1}\frac{PE}{2} + d_{n-2}\frac{PE}{4} + ... + d_0\frac{PE}{2^n} + e = D.PE + e \qquad (I - 1)$$

avec

PE : la pleine échelle, grandeur de référence du convertisseur ;
e : l'erreur de quantification du convertisseur ;
D : la représentation décimale du signal numérique normalisée à PE ;
n : le nombre de bit ou la résolution ;
d_{n-1} : le bit de poids le plus fort (*MSB* : Most Significant Bit) ;
d_0 : le bit de poids le plus faible (*LSB* : Least Significant Bit).

On définit également le pas de quantification qui se nomme également le quantum :

$$q = \frac{PE}{2^n} \qquad (I - 2)$$

L'approximation due à la quantification peut être représentée comme une erreur systématique comprise entre $\pm \frac{1}{2}q$.

II.1. Fonction de transfert

Un convertisseur analogique numérique recevant à son entrée une tension analogique v délivre en sortie un mot de n bits correspondant, selon un code binaire déterminé, à la valeur numérique D associé à v. Le mot de sortie ayant n bits, le convertisseur peut délivrer 2^n mots distincts (de 0 à 2^n-1) pour numériser toute la plage de tension analogique PE non signée. La valeur numérique D du mot binaire délivré par le CAN exprime la tension analogique v avec pour unité le quantum q ; compte tenu qu'à une même valeur de D correspond une plage de tension analogique d'entrée de largeur q, on a :

$$\frac{v}{q} = D + reste \qquad où \qquad reste < 1 \qquad (I - 3)$$

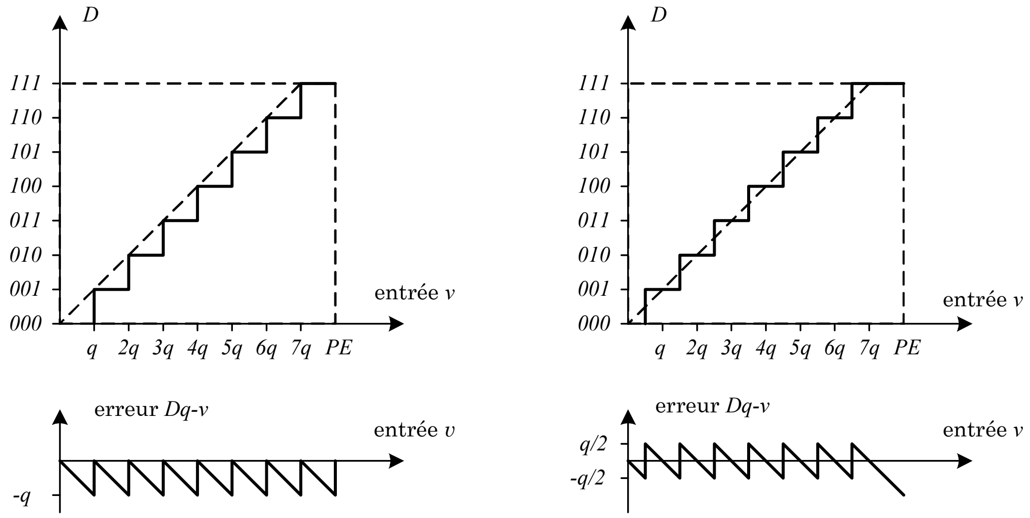
Si un changement de la tension de sortie s'effectue dés lors que $v/q = D$, il s'agit d'un CAN par troncature et l'ensemble des valeurs analogiques v qui correspond à la même valeur D est tel que :

$$Dq \leq v < (D+1).q \qquad (I - 4)$$

Plutôt qu'une erreur d'un seul signe pouvant atteindre q (moyenne non nulle), on préfère une incertitude positive ou négative (moyenne nulle) mais limitée à $\pm \frac{1}{2}q$, il s'agit d'un CAN par arrondi. Pour ce faire, on règle les seuils de transition du convertisseur pour que la sortie numérique D apparaisse pour toutes valeurs v telles que (Figure I. 1. b) :

$$(D - 1/2).q \leq v < (D + 1/2).q \qquad (I - 5)$$

$\frac{1}{2}q$ ou ½ *LSB* représentent l'erreur maximale de quantification liée au principe de fonctionnement idéal de la conversion, erreur d'autant plus faible que n, nombre de bits du convertisseur est plus élevé.



(a) (b)

Figure I. 1 : Erreurs et seuils de quantification pour un CAN de résolution trois bits : (a) seuils à v = Dq ; (b) seuils à v = (D± ½)q.

II.2. Paramètres d'erreurs

En réalité, les convertisseurs analogiques numériques ont en plus d'autres types d'erreurs que celle de la quantification montrée dans la Figure I. 1 qui sont liées à la non idéalité du composant. Ces erreurs peuvent être classées selon leur nature : statiques ou dynamique. Les erreurs statiques résultent de l'espacement non idéal des niveaux de transitions des codes. Les erreurs dynamiques se produisent à cause de sources supplémentaires d'erreur induites par la variation du signal analogique. Parmis ces sources on trouve la distorsion harmonique des étages d'entrée analogiques, la variation par rapport au temps d'échantillonnage (jitter), des effets dynamiques dans les étages internes de l'amplificateur et du comparateur…

II.2.1. Définitions

Avant d'énumérer les différents paramètres d'erreurs, il est important de rappeler quelques définitions.

- *Le code binaire i* : une valeur numérique qui correspond à un ensemble particulier de valeurs de l'entrée.
- *Le niveau de transition $V_t(i)$* : Le niveau de transition $V_t(i)$ permet de basculer du code *i-1* au code *i*.
- *La largeur du code q_i* : La différence des niveaux de transitions, $V_t(i+1)$ et $V_t(i)$, délimite le *i ième* code : $q_i = V_t(i+1) - V_t(i)$, idéalement $q_i=q$.

La figure I. 2 illustre ces trois définitions.

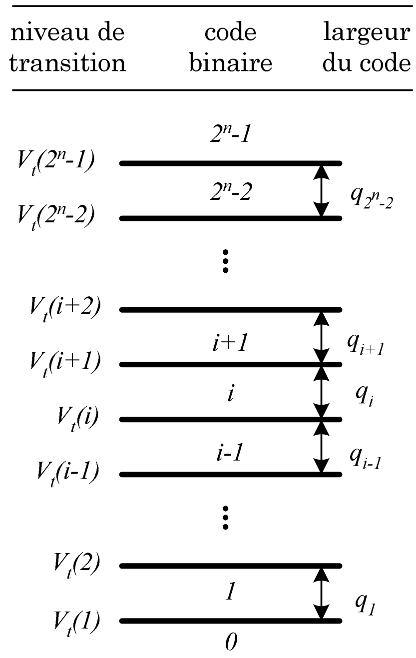


Figure I. 2 : Définitions concernant la quantification.

II.2.2. Erreur statiques

a. Erreur d'offset

L'erreur d'offset est définie comme l'erreur sur le zéro analogique commune à toutes les transitions de code, par rapport à la fonction de transfert d'un CAN parfait. C'est un décalage en tension introduit par le convertisseur sur l'ensemble du signal (Figure I. 3) [Dyna98], [Ieee99].

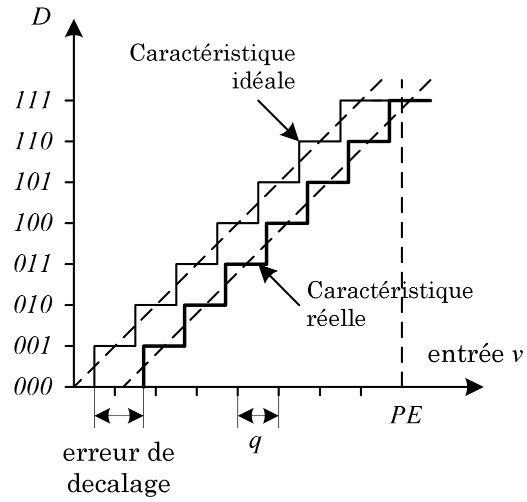


Figure I. 3 : Erreur de décalage.

b. Erreur de gain

L'erreur de gain correspond à la différence, en pourcentage de la valeur analogique ou en *LSB* de la pleine échelle de conversion, entre les courbes de transfert théorique et effective, l'erreur d'offset ayant été corrigé (Figure I. 4) [Dyna98], [Ieee99]. Une erreur de gain change la pleine échelle effective du convertisseur et, donc, la largeur du quantum.

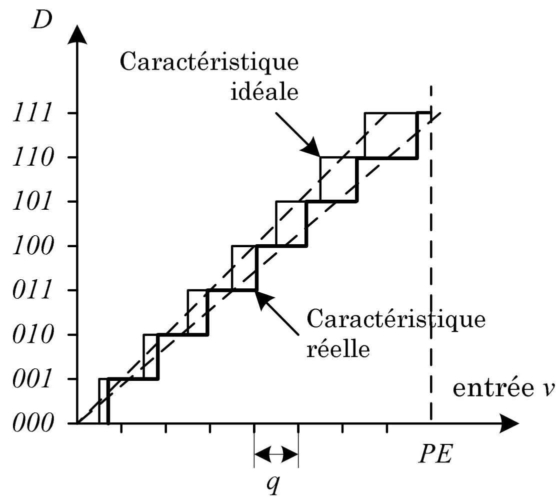


Figure I. 4 : Erreur de gain.

c. Erreur de linéarité différentielle, NLD

Pour un code i, la non linéarité différentielle (*NLD*) correspond à l'écart relatif entre la largeur réelle de la marche associé à ce code, q_i et la largeur théorique, q de la fonction de transfert ; le tout est devisé par q. Elle est exprimée en *LSB* (Figure I. 5) [Dyna98], [Ieee99].

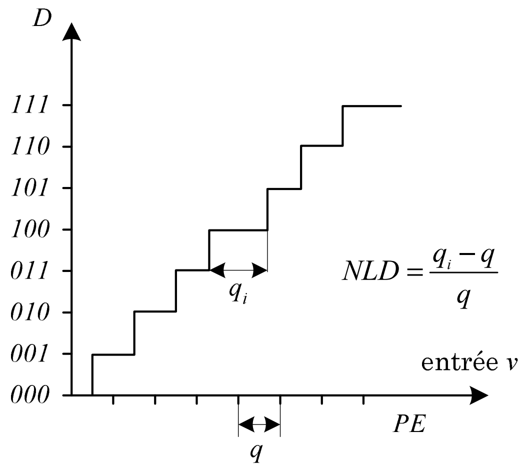


Figure I. 5 : Erreur de linéarité différentielle.

d. Erreur de linéarité intégrale, NLI

La non linéarité intégrale (*NLI*) traduit, au niveau de chaque code *i*, l'écart entre la courbe de conversion passant par le milieu de chaque transition de code, et la droite de conversion idéale. Elle est alors la somme des écarts relatifs pour tous les codes précédents, c'est à dire la somme des erreurs de linéarité différentielle des codes inférieur à *i* (Figure I. 6) [Dyna98], [Ieee99].

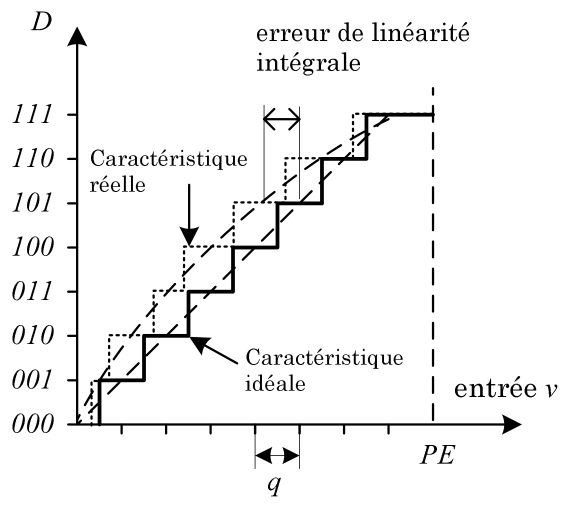


Figure I. 6 : Erreur de linéarité intégrale.

II.2.3. Erreurs dynamiques

a. Incertitude à l'ouverture

Le temps d'incertitude à l'ouverture correspond au retard entre le front actif du signal d'échantillonnage et la prise effective de l'échantillon par le CAN sur le signal analogique d'entrée. La variation ou gigue de cet intervalle de temps est appelée incertitude à l'ouverture ou « jitter » et provoque une erreur assimilable à l'addition d'un bruit sur le signal [Dyna98], [Ieee99].

b. Taux de distorsion harmonique

La distorsion harmonique représente l'ensemble des signaux harmoniques générés par la non linéarité du convertisseur sur le signal d'entrée qu'il quantifie. Pour la déterminer, les échantillons de sortie sont analysés spectralement soit par un analyseur de spectre via un convertisseur numérique analogique (CNA) de résolution suffisante, soit par un traitement numérique des données élaborant une Transformé de Fourier Discrète (TFD). Du spectre de raies obtenu, on peut extraire les raies harmoniques et en déduire le taux de distorsion harmonique (*THD*) qui est alors la racine carrée de la somme quadratique des amplitudes des raies harmoniques rapportée à l'amplitude du fondamental [Dyna98], [Ieee99].

c. Rapport signal sur bruit

La quantification d'un signal analogique sur un nombre limité de bits fait que le signal converti présente, par principe, une erreur par rapport au signal d'entrée. Lorsque l'on définit le rapport signal sur bruit (*S/B*), *S* correspond à la valeur efficace du signal d'entrée et *B* à celle du signal d'erreur global, comprenant l'erreur de quantification plus les erreurs dues au fait que le convertisseur est non idéal. Pour un CAN idéal, la fonction d'erreur est exactement égale à l'erreur de quantification et le rapport signal sur bruit est entièrement déterminé par sa résolution et par la forme du signal d'entrée. Il sert de référence pour estimer les performances du CAN réel. Un CAN réel possède d'autres sources de bruit venant s'ajouter au bruit de quantification, elles sont liées au principe de conversion utilisé ou issues de défauts ponctuels du composant. Le rapport signal sur bruit du CAN réel est comparé avec celui du CAN parfait pour évaluer le bruit dû aux défauts du convertisseur [Dyna98], [Ieee99].

III. Les méthodes classiques de caractérisation des CANs

Dans le paragraphe précédant nous avons présenté les différentes erreurs du CAN. Ces erreurs sont évaluées en utilisant des méthodes d'analyses et de caractérisation qui peuvent être : statique, semi-dynamique, ou dynamique.

Le test statique [Begu89], [Corc75], [Soud79] et le test semi-dynamique [Soud82], [Soud83] permettent la détermination de la caractéristique de transfert par la mesure des tensions de transition de chaque code. Ces méthodes sont mal adaptées au principe du BIST, car trop lente.

Le test dynamique est introduit dans le but d'évaluer les performances du CAN dans des conditions les plus proches de son utilisation. Il permet donc la caractérisation du composant pour différentes fréquences d'entrée et d'horloge. Ainsi, il sera possible de mettre en évidence les phénomènes de gigue à l'échantillonnage (jitter), de taux de variation maximum du signal d'entrée (Slew-Rate), de distorsion harmonique, etc.... La caractérisation dynamique nécessite, d'un point de vue théorique, la bonne connaissance mathématique et statistique du signal d'entrée et du signal de sortie issu du CAN.

L'objectif de ce paragraphe est de faire une synthèse des principales méthodes d'analyse classiques utilisées dans l'évaluation dynamique d'un CAN. Ces méthodes permettent l'analyse comportementale en déterminant des paramètres relatifs aux erreurs, mais leur mise en œuvre est trop compliquée pour le test in situ. En fait, la finalité est de montrer que la complexité des algorithmes utilisés dans ces méthodes empêche une implantation sur silicium optimale.

Celles-ci sont au nombre de trois [Hewl82], [Peet83], [Doer84], [Doef86], [Ieee89] :

- analyse statistique;
- analyse spectrale;
- analyse temporelle.

III.1. Le banc de test

La figure I. 7 montre la configuration d'un banc de test classique de CANs. Un signal de type sinusoïdal est généralement utilisé comme entrée puisqu'il est relativement facile d'établir la qualité du signal sinusoïdal (par exemple, avec un analyseur de spectre). D'autre part, on utilise généralement un signal de type carré pour fournir l'horloge qui assure le fonctionnement du CAN et cadence l'arrivée des données à la sortie du convertisseur.

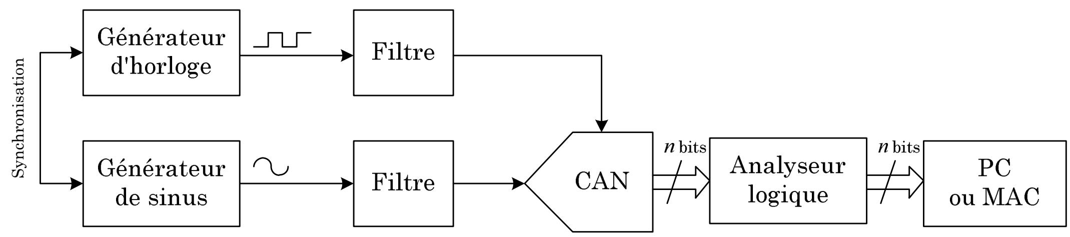


Figure I. 7 : Test setup pour les signaux sinusoïdaux.

Si l'on utilise des synthétiseurs de fréquences différentes pour produire le signal de test et d'horloge, il est préférable que ces synthétiseurs soient asservis en phase pour maintenir un décalage précis entre le signal généré et l'horloge d'échantillonnage (synchronisation).

Les filtres peuvent être nécessaires pour l'horloge ou pour le signal d'entrée pour réduire le bruit ou/et la distorsion harmonique. Par exemple, les harmoniques du signal de l'horloge peuvent dégrader les performances du CAN, et il faudra le filtrer pour lisser ses bords. D'autre part, des filtres passe-bas ou passe-bande peuvent être indispensables pour améliorer la qualité du signal d'entrée afin de caractériser correctement le CAN et non pas la source du signal.

III.1.1. Le choix de fréquences

Dans le cadre du test des CANs, le choix des fréquences d'horloge et d'entrée doit être très précis. Pour évaluer les performances du CAN, il est préférable de maximiser le nombre des entrées échantillonnés ayant des phases distinctes et, si possible, obtenir au moins un échantillon représentatif de chaque code du CAN. Pour que les différents types d'analyses aient un sens, il faut que l'acquisition se fasse en fréquences cohérentes soit :

$$MT_h = JT_e \quad \Rightarrow \quad \frac{M}{F_h} = \frac{J}{F_e} \tag{I - 6}$$

où

M = nombre d'échantillons ;
J = le nombre de périodes de l'acquisition ;
F_e = la fréquence du signal d'entrée ;
F_h = la fréquence de l'horloge.

Pour que la condition de cohérence soit satisfaite il suffit de prendre M et J premiers entre eux. Généralement, on préfère que M soit un nombre de puissance de deux pour l'emploi de la FFT (transformé de Fourier rapide) afin de traiter les données issues du CAN. Dans ce cas, il suffit de fixer un nombre impair pour les périodes J.

S'il existe une relation harmonique entre F_e et F_h, le nombre de codes testés pourra être inférieur au nombre total de codes du CAN et une périodicité des codes existerait à l'intérieur de l'acquisition. Cela aurait pour effet de faire apparaître des codes de manière privilégiée au détriment de certains autres. De plus, il faut assuré une périodicité entière, sinon, l'interprétation des différentes types d'analyses serait faussée.

III.1.2. Le choix du nombre d'échantillons

Le nombre d'échantillons nécessaire pour caractériser un convertisseur analogique numérique est défini comme celui assurant au moins un échantillon pour chaque code. Pour un convertisseur analogique numérique idéal, le nombre d'échantillons nécessaire, pour un signal d'entrée sinusoïdal en pleine échelle, est donné par :

$$M = \pi 2^n \tag{I - 7}$$

Cependant, pour les convertisseurs analogiques numériques réels, le nombre d'échantillons s'exprime en tenant compte de la non linéarité différentielle (*DNL*) [Dyna98]:

$$M = \frac{\pi 2^n}{1 - |DNL_{max}|} \tag{I - 8}$$

où

$$|DNL_{max}| = max(|DNL(i)|) \qquad 0 \le i \le 2^n - 1 \tag{I - 9}$$

III.2. Test par analyse statistique

Le convertisseur analogique numérique échantillonne un signal analogique dont l'amplitude doit couvrir la pleine échelle de manière à exciter tous les codes. Les codes de sortie sont alors répartis selon un histogramme *H(i)* donnant le nombre d'apparition pour chaque code. On peut alors exprimer la fréquence d'apparition d'un code *i* sur une acquisition de *M* échantillons par :

$$f(i) = \frac{H(i)}{M} \qquad (I - 10)$$

Si le nombre d'échantillons *M* de l'acquisition est suffisamment grand, *f(i)* tend vers la probabilité effective *p(i)* du code *i*. Pour que cette analyse ait un sens d'un point de vue statistique, il faut que l'acquisition se fasse en fréquences cohérentes.

La figure I. 8 montre un histogramme issu d'un CAN de 5 bits. On peut constater que la largeur du quantum associé au code 3 est supérieure à celle du quantum théorique *q*. Par contre, celle du quantum associé au code 4 est inférieure. Le code 10, lui, est manquant. Cette approche qualitative ne pose pas de problème lorsque la résolution *n* du CAN est faible ou lorsque les erreurs sont grossières. Si l'on fait un agrandissement d'un histogramme obtenu à partir d'un CAN 16 bits réel, il sera difficile de savoir si la probabilité *p(i)* d'un code est inférieure ou supérieure à la probabilité théorique de l'histogramme idéal.

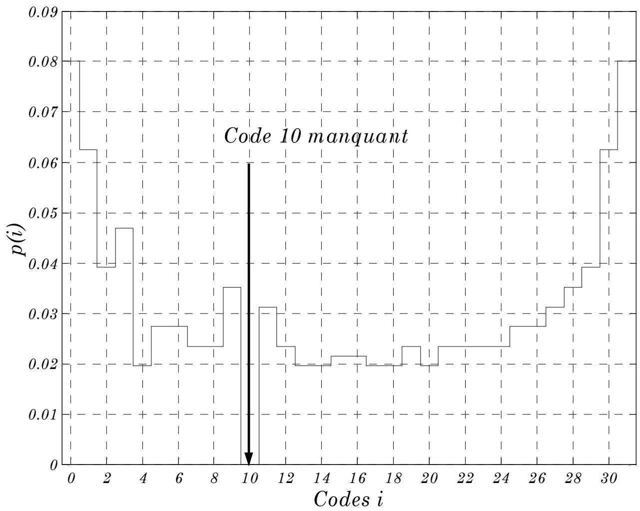


Figure I. 8 : Histogramme d'un CAN 5 bits théorique avec code manquant.

Dans le cadre du test des CANs, il est donc impératif de procéder à une étude quantitative des erreurs liées à la caractéristique de transfert par la mesure de la non-linéarité différentielle *NLD(i)* et de la non-linéarité intégrale *NLI(i)* de chaque code. Deux approches concernant ces méthodes existent. L'une préconise la comparaison entre les probabilités théoriques et expérimentales des codes *i* (utilisation directe de l'histogramme) [Hewl82], [Peet83], [Rena90], l'autre utilise la fonction cumulée des codes pour évaluer les tensions de transition expérimentales de la caractéristique de transfert [Doer84], [Doef86]. La présentation de l'analyse statistique dans ce paragraphe concerne seulement l'utilisation de l'histogramme cumulé car c'est la méthode la plus utilisée.

Cette méthode d'analyse utilise la fonction de répartition (ou fonction de probabilité cumulée) des codes *i* issus du CAN sous test. Une expression analytique des tensions de transition des codes *i* peut être donnée à l'aide de cette fonction.

La probabilité cumulée *Pr(i)* issue d'un histogramme expérimental permet donc la détermination de la caractéristique de transfert réelle du CAN par le calcul des niveaux de transition :

$$V_t(i) = -\hat{A}.cos(\pi.Pr(i-1)) + \hat{C}\,(LSB)\ avec\ Pr(i) = \sum_{j \le i} p(j) \qquad (I - 11)$$

L'amplitude *A* et l'offset *C* en *LSB* sont estimés par :

$$\left.\begin{aligned} \hat{A} &= \frac{i_{max} + 1 - i_{min}}{2} \\ \hat{C} &= \frac{1}{i_{max} + 1 - i_{min}} \sum_{i=i_{min}}^{i_{max}} i \end{aligned}\right\} \qquad (I - 12)$$

où i_{min} et i_{max} sont respectivement les codes testés ayant une valeur de *p(i)* maximale aux extrémités gauche et droite de l'histogramme dans le cas d'un signal d'entrée sinusoïdal.

De l'histogramme donné en figure I. 8, on tire l'histogramme cumulé ainsi que la caractéristique de transfert expérimentale qui en résulte (Figure I. 9). On peut, à l'aide de cette figure, faire les mêmes remarques que précédemment sur les codes 3 et 10.

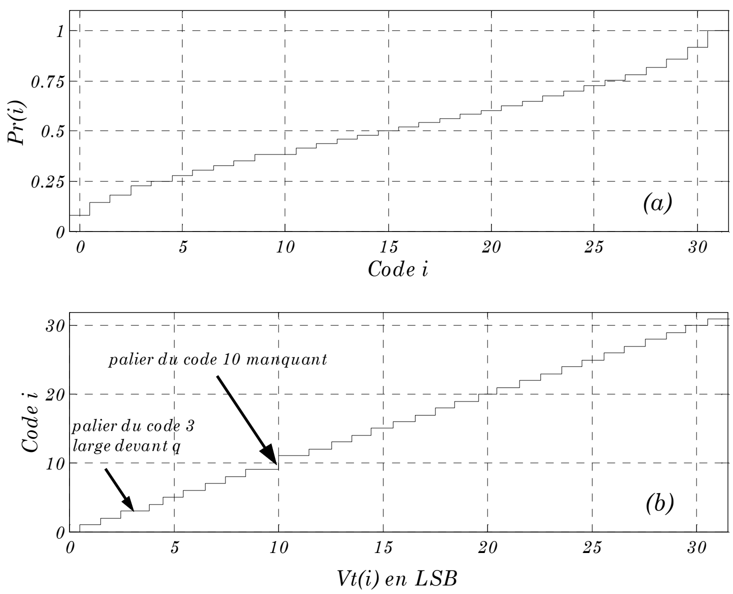


Figure I. 9 : Histogramme cumulé d'un CAN 5 bits théorique (a) et caractéristique de transfert déterminée à l'aide de la relation (I – 12).

La *NLD(i)* est calculée à partir de la relation suivante :

$$NLD(i) = \frac{V_t(i+1) - V_t(i)}{q_{ref}} - 1 = \{V_t(i+1) - V_t(i)\} - 1(LSB);\ q_{ref} = 1\,LSB \qquad (I - 13)$$

dont la forme simplifié est :

$$NLD(i) = \hat{A}.\{cos(\pi\,Pr(i-1)) - cos(\pi\,Pr(i))\} - 1 \qquad (I - 14)$$

On remarque déjà la difficulté à intégrer cette relation faisant apparaître des cosinus.

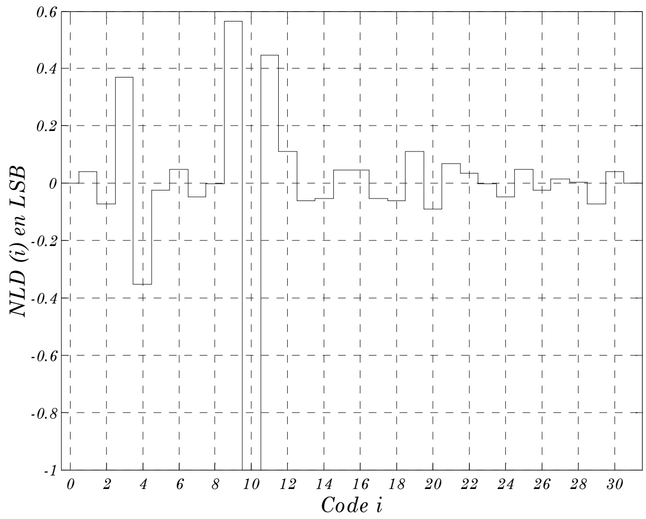


Figure I. 10 : Visualisation d'un code manquant et de la variation des quanta de la caractéristique de transfert à travers la courbe de non-linéarité différentielle d'un CAN 5 bits théorique.

La non-linéarité intégrale du code *i*, *NLI(i)*, traduit l'écart entre les niveaux de transitions supérieures, théoriques et expérimentales, de ce code. Elle est donnée en *LSB* par la relation suivante :

$$NLI(i) = \sum_{j=i_{min}}^{i} NLD(j)\left(LSB\right) \qquad (I - 15)$$

L'influence des erreurs de gain et d'offset ne doit pas intervenir dans le calcul de la *NLI* représentative de la distorsion harmonique (norme JEDEC [Jede89]). La méthode la plus utilisée pour minimiser les phénomènes dus aux erreurs de gain et d'offset consiste à définir la meilleure droite passant à travers le vecteur *NLI* obtenu à l'aide de la relation *(I - 15)*. Une régression linéaire, effectuée sur le vecteur *NLI*, consiste à minimiser l'expression :

$$J_{V_t(i)} = \sum_{i=i_{min}}^{i_{max}} \left\{V_t(i+1) - (c.i + d)\right\}^2 \qquad (I - 16)$$

L'utilisation du critère des moindres carrés consiste à minimiser $J_{Vt(i)}$ par rapport à *c* et *d*. La détermination de la *NLI(i)* est alors faite par la relation suivante :

$$NLI(i) = \frac{V_t(i+1) - \left(\hat{c}.i + \hat{d}\right)}{q_{ref}} \quad avec \quad q_{ref} = 1\,LSB \qquad (I - 17)$$

Cette définition correspond à celle donnée par la norme JEDEC sous l'appellation anglaise "Best-Straight-Line".

Deux points négatifs apparaissent dans cette méthode :

- Les termes d'erreurs sont statiques
- Les algorithmes utilisés sont trop complexes pour envisager une implantation sur silicium

III.3. Test par analyse spectrale

Il s'agit ici d'analyser le spectre obtenu en sortie du CAN en appliquant à l'entrée un signal parfaitement défini dans le domaine spectral. Pour ce faire, on utilise la transformation de Fourier discrète (TFD) sur une acquisition de codes en sortie.

Soit *D(k)* avec $k = 0, 1, 2, \ldots, M-1$ les valeurs des échantillons de l'acquisition, la TFD se définit par :

$$X(m) = \sum_{k=0}^{M-1} D(k).exp\left\{-j2\pi k\frac{m}{M}\right\};\ m = 0,1,\ldots,M-1 \qquad (I - 18)$$

En prenant pour M une puissance de 2, les composantes $X(m)$ de la TFD peuvent s'obtenir par un algorithme de transformation de Fourier rapide (TFR ou FFT) comme celui de Cooley-Tuckey. Ces M composantes définissent un spectre dont la résolution est :

$$\Delta f_{sp} = \frac{F_h}{M} \qquad (I - 19)$$

où F_h est la fréquence d'échantillonnage.

L'étude du comportement du CAN se fait alors par l'analyse du spectre d'amplitude (module de $X(m)$) ou du spectre de puissance (module au carré de $X(m)$). Les spectres d'amplitude et de puissance sont pairs, on limite donc l'étude du spectre à l'intervalle $[0, M/2]$. Pour éviter l'utilisation de fenêtre de pondération, les acquisitions doivent être faites en fréquences cohérentes de manière à ce que la séquence $\{D(k)\}$ soit périodique sans discontinuité. Dans le cas contraire (fréquences non cohérentes), l'utilisation d'une fenêtre de pondération (Blackmann-Harris, Hanning, Haming, Kaiser-Bessel, …) est obligatoire si on veut éviter le phénomène de traînage (leakage) qui rend l'exploitation du spectre impossible [Harr78].

Les paramètres relatifs au fonctionnement du CAN peuvent être donnés dans les deux cas de figure à condition d'être capable de séparer les différents bruits et harmoniques du signal. Tout ce qui est énoncé dans les paragraphes suivants concerne une acquisition en fréquences cohérentes qui ne nécessite pas l'utilisation d'une fenêtre.

III.3.1. Rapport signal sur bruit

Le processus de quantification génère une erreur de principe qui dans le cas d'un CAN correspond à la différence entre le signal d'entrée et le signal de sortie du CAN restitué à travers un CNA idéal et de résolution beaucoup plus grande. Dans le cas d'un CAN par arrondi, elle est comprise entre $\pm \frac{1}{2}q$ autour d'une valeur moyenne nulle pour un signal d'entrée de forme triangulaire d'amplitude crête à crête égale à $PE\text{-}q$. La valeur efficace de ce bruit est :

$$B_q = \frac{q}{\sqrt{12}} = \frac{1}{\sqrt{12}} \qquad (I - 20)$$

Une étude montre que l'on peut conserver cette relation pour un signal d'entrée de forme sinusoïdale de même amplitude.

A partir de la relation *(I - 20)*, il est possible de déterminer le rapport signal sur bruit théorique d'un CAN parfait de résolution *n*. Le signal d'entrée est une sinusoïde pleine échelle dont la valeur efficace est donnée par :

$$v_{eff} = \frac{2^n}{2\sqrt{2}} \qquad (I - 21)$$

Le rapport de *(I - 20)* par *(I - 21)* exprimé en décibel (dB) est alors énoncé en terme de rapport "signal sur bruit" :

$$\left(\frac{Signal}{Bruit}\right)_{dB} = 20log_{10}\left\{\frac{v_{eff}}{B_q}\right\} \cong 6.02n + 1.76\ (dB) \qquad (I - 22)$$

Les paramètres que nous allons extraire de cette analyse sont illustrés sur la figure I. 11. Celle-ci est représentative d'une acquisition effectuée sur un CAN 8 bits dont les défauts de fonctionnement ont provoqué l'apparition de raies harmoniques. On remarque ainsi l'intérêt de faire une acquisition en fréquences cohérentes qui place à des abscisses fixes sans débordement les harmoniques du signal et permet ainsi de les séparer des autres bruits. Bien entendu, ceci n'est pas le cas lorsque l'acquisition se fait en fréquences non cohérentes (phénomène de leakage).

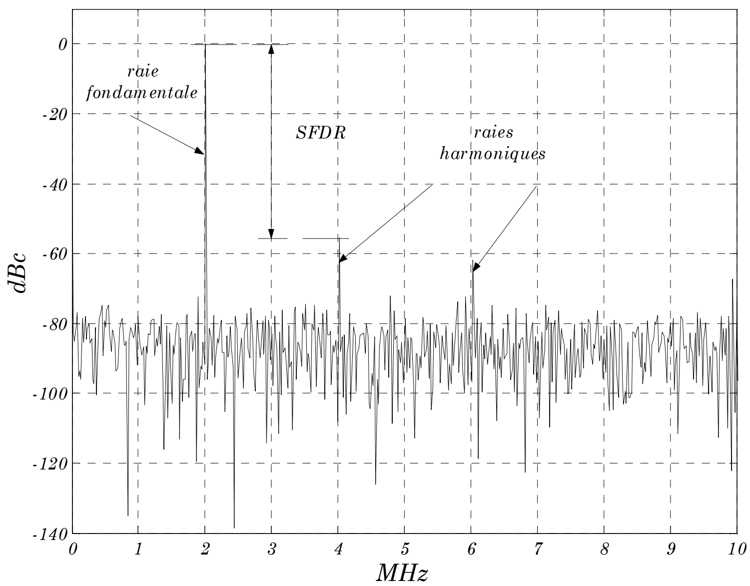


Figure I. 11 : Spectre de puissance exprimé par rapport à l'amplitude max du signal de sortie du CAN.

Sur cette figure le fondamental est à la fréquence $F_e = 2MHz$, et les raies harmoniques les plus visibles sont celles d'ordre 2 et 3. Le terme *SFDR* est une valeur qui donne la plage dynamique sans raie de bruit (raie harmonique comprise), correspondant à la différence entre l'amplitude de la raie fondamentale et la première raie (celle-ci s'exprime en dB et peut donc s'appliquer sur un spectre de puissance comme sur un spectre d'amplitude). On note que lorsque le spectre est référencé par rapport à sa valeur max *(X(m)/max(X(m)))*, l'unité utilisée est le dB_c.

III.3.2. Taux de distorsion harmonique et plancher de bruit

La puissance du signal apparaît dans les *M/2* composantes du spectre espacées de $\Delta f_{sp}=F_h/M$. Compte tenu de la cohérence des fréquences définie par *(I - 7)*, la raie fondamentale est située à $m.\Delta f_{sp}$. Les autres composantes traduisent les défauts du CAN puisque non présentes dans le signal d'entrée. Parmi ces composantes, les raies de distorsion harmonique traduisent la non-linéarité de la caractéristique de transfert. Elles se situent dans le spectre aux abscisses $h.F_e = h.m.\Delta f_{sp}$ avec $h \geq 2$ entier.

On définit le taux de distorsion harmonique :

$$THD_{dB} = 10log_{10}\left\{\frac{\sum_h \left(X^2(h.F_e) - B_M{}^2\right)}{X^2(F_e) - B_M{}^2}\right\} \qquad (I - 23)$$

où B_M est le plancher de bruit, valeur quadratique moyenne du bruit, réparti dans l'ensemble du spectre :

$$B_M{}^2 = \frac{\sum_{l=1, l\neq m}^{M/2-1} X^2(l.\Delta f_{sp})}{\frac{M}{2}-2} \qquad (I - 24)$$

La raie continue ($l = 0$) n'est pas prise en compte dans cette caractérisation purement dynamique, ni la raie fondamentale ($l = m$) qu'on ne peut dissocier de la composante de bruit à cette fréquence. Il devrait en être de même pour les raies harmoniques qu'on ne peut dissocier, mais l'erreur sur B_M^2 reste faible car ces raies harmoniques sont très peu nombreuses devant *M/2*.

Dans le cas où seul le bruit de quantification intervient, il se répartit sur tout le spectre à un niveau situé par rapport à la pleine échelle à :

$$(B_M)_{dB} = -6.02n - 10\log_{10} M + 1.25 \qquad (I - 25)$$

III.3.3. Nombre de bits effectifs

Pour calculer le nombre de bits effectifs par la méthode spectrale, il faut extraire la raie fondamentale et la raie continue, puis considérer les autres comme représentatives de l'énergie du bruit. Toutefois, il est utile de spécifier deux types de rapport signal sur bruit, l'un sans distorsion harmonique que nous nommerons *SNR*, l'autre avec, appelé *SINAD*. Ils sont respectivement calculés par :

$$SNR_{dB} = 10log_{10}\left\{\frac{X^2(F_e) - B_M{}^2}{\sum_{l\neq m, h.m} X^2(l.\Delta f_{sp})}\right\} \qquad (I - 26)$$

et

$$SINAD_{dB} = 10log_{10}\left\{\frac{X^2(F_e) - B_M{}^2}{\sum_{l \neq m} X^2(l.\Delta f_{sp})}\right\} \quad (I - 27)$$

Lorsque le signal d'entrée est pleine échelle, le nombre de bits effectifs s'obtient à partir du $SINAD_{dB}$ par la relation :

$$n_{eff} = \frac{SINAD_{dB} - 1.76}{6.02} \quad (I - 28)$$

L'implantation de la FFT sur silicium est chose courante. Par contre, son exploitation est très complexe lorsque l'on veut extraire des paramètres comme le SNR ou le nombre de bits effectifs. De plus, lorsque la résolution sera élevée, il sera difficile d'obtenir la cohérence des fréquences et il est impossible de figer une seule fenêtre de pondération. Cette méthode est donc à proscrire dans le cadre de nos travaux.

III.4. Test par analyse temporelle

L'analyse temporelle consiste à étudier les codes de sortie du CAN, *D(k)*, en fonction des instants d'échantillonnage correspondants *t(k)*. On détermine, à partir de ce signal échantillonné et à l'aide d'une méthode de régression, la fonction passant par les *D(k)* avec une erreur quadratique minimale. Le signal d'erreur, différence entre le signal de sortie et cette fonction d'interpolation, permet d'estimer la valeur efficace du bruit du composant. Une comparaison avec le bruit de quantification théorique, B_q, permet l'extraction du nombre de bits effectifs.

Le signal d'entrée choisi est de forme sinusoïdale et impose un modèle de même forme. Le critère des moindres carrés s'écrit alors :

$$J_{er} = \sum_{k=0}^{M-1} \{D(k) - Asin(2\pi F_e t(k) + \varphi) - C\}^2 \quad (I - 29)$$

où A, C, F_e, et φ sont les paramètres recherchés ; M est le nombre de points de l'acquisition.

On cherche à minimiser J_{er} de manière à obtenir les meilleures estimations de l'amplitude, de l'offset, de la fréquence et de la phase $\hat{A}$, $\hat{C}$, $\hat{F}_e$, $\hat{\phi}$.

Les travaux effectués sur l'analyse temporelle sont principalement basés sur les méthodes permettant de résoudre ce système [Kuff87], [McCo89]. Nous présentons deux des méthodes les plus couramment utilisées. L'une consiste à utiliser la méthode de Newton-Raphston pour la résolution d'un système d'équations non linéaires, que nous appellerons méthode 1, l'autre considère la fréquence F_e issue du générateur connue avec précision, et permet la linéarisation du système *(I - 29)*, méthode 2.

- Méthode 1

La résolution approchée d'un système d'équations non linéaires par la méthode de Newton-Rapston utilise le principe des approximations successives : à chaque étape, le système d'équations est linéarisé autour d'un point. Il est alors résolu et la solution devient point de linéarisation de l'étape suivante.

- Méthode 2

La fréquence du signal d'entrée F_e étant connue avec précision, la résolution du système *(I- 30)* donne un système d'équations linéaires. On utilise alors une régression linéaire de type moindres carrées pour déterminer $\hat{A}$, $\hat{C}$, $\hat{F}_e$, $\hat{\phi}$.

Une fois que le modèle du signal est déterminé (méthode 1 ou 2), il convient de déterminer la fonction d'erreur expérimentale, *er(k)*, afin de calculer sa valeur efficace. Ceci est fait à l'aide des relations suivantes :

$$er(k) = D(k) - \left(\hat{A}sin\left(2\pi\hat{F}_e t(k) + \hat{\varphi}\right) - \hat{C}\right) \qquad (I - 30)$$

et

$$B_{rms} = \sqrt{\frac{\sum_{k=0}^{M-1} er(k)^2}{M}} \qquad (I - 31)$$

Le nombre de bits effectifs peut être calculé à partir du bruit mesuré précédemment:

$$n_{eff} = n - log_2 \frac{B_{rms}}{B_q} \qquad (I - 32)$$

Pour que le calcul du nombre de bits effectifs soit valable, il faut que le test soit effectué en pleine échelle et que la fréquence du signal d'entrée ne soit pas liée de façon harmonique à la fréquence d'horloge. Ceci est une précaution à prendre afin d'être sûr de parcourir tous les codes possibles du CAN. C'est pourquoi, il est conseillé de faire le test en fréquences cohérentes. Il faut aussi noter que l'exploitation du signal pour obtenir le bruit B_{rms} annihile intrinsèquement les erreurs de gain et d'offset. La figure I. 12 concerne la fonction d'erreur obtenue à l'aide de la sinusoïde interpolant les données issues du CAN, par la méthode des moindres carrés.

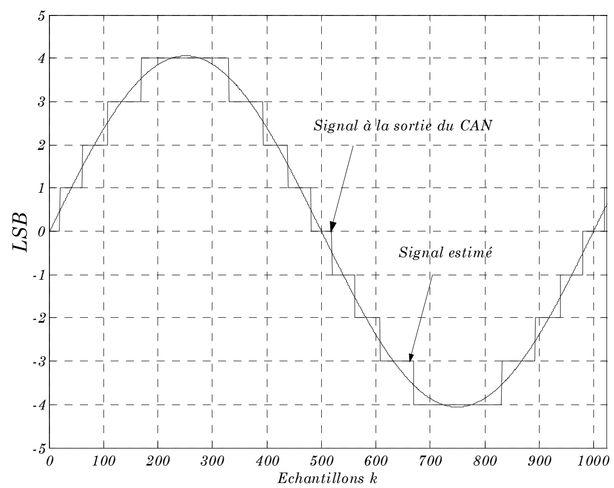


Figure I. 12 : Signal à la sortie d'un CAN théorique de 3bits et le signal correspondant à la meilleure estimation de l'algorithme des moindres carré.

Les mêmes remarques que celles données pour les deux précédentes méthodes peuvent être faites. Cette solution ne sera donc pas utilisée.

III.5. Conclusion

Ce paragraphe a exposé les principales méthodes dites classiques permettant la caractérisation d'un CAN. On peut remarquer qu'elles sont données pour des conditions de test idéales (amplitude crête à crête du signal d'entrée égale à *PE*, signaux parfaits sans bruit et sans distorsion).

Les trois méthodes classiques sont convenables pour une caractérisation ayant une instrumentation convenable (sources précises, filtres sélectifs) et des spécifications idéales (fréquences cohérentes, nombre d'échantillons suffisant). Cependant, elles ne sont pas bien adaptées au test in-situ. En effet, elles nécessitent une surface de silicium conséquente ainsi qu'une mise en œuvre trop compliquée.

Dans le cadre de nos travaux, il est demandé de concevoir un système simple qui permet une évaluation des paramètres d'erreurs plutôt qu'une caractérisation poussée. Ce type de test est de type Go/NoGo pour savoir si le composant satisfait les spécifications fournies par le constructeur.

C'est pourquoi nous sommes intéressés aux méthodes proposées dans la littérature pour le BIST des CANs afin de l'adapter à notre problématique. Dans le paragraphe suivant nous présentons une synthèse des principales techniques employées pour le test in-situ.

IV. La conception en vue du test

IV.1. Généralités

Le terme « conception en vue de test » (CVT) recouvre toutes les techniques utilisées pour rendre le test intégré des circuits économiquement viable. Ces techniques sont aujourd'hui communément acceptées par les concepteurs comme un moyen de réduire le coût de test des systèmes complexes.

L'idée de base consiste alors à inclure dans le circuit, au moment de la conception, des dispositifs spécifiques permettant d'accéder plus facilement aux paramètres caractérisant le circuit. Dans ce paragraphe, nous exposons les différentes techniques de CVT qui ont été utilisées jusqu'à aujourd'hui pour les CANs.

Deux stratégies de CVT sont disponibles. La première consiste à appliquer des stimuli de test générés extérieurement sur des nœuds internes et d'observer les résultats présents sur d'autres nœuds internes du circuit. La deuxième approche réside au déplacement de certaines fonctions du testeur sur la puce, et notamment la production des vecteurs de test et l'analyse des résultats. Les techniques développées avec cette approche ont l'appellation de test intégré ou « Built In Self Test » (BIST).

- Détections de fautes

La détection de fautes était une première approche de la CVT. En se basant sur des techniques numériques, la détection de fautes permet de localiser le défaut sur un nœud interne en ajoutant des structures pour le test. Des techniques basées sur l'application du principe « diviser pour régner » ont été proposées afin d'améliorer la testabilité des CANs. Il s'agit de partitionner le circuit en diverses unités fonctionnelles (logiques ou analogiques) et de fournir un accès à ces blocs. C'est cette approche qui constitue la base des propositions effectuées dans [Pril88], [Fasa88]. Les principes généraux de conception pour partitionner un circuit mixte et rendre testables les différents blocs sont établis par Wagner et Williams [Wagn88].

Des travaux récents s'intéressent au développement de techniques équivalents aux techniques de « Scan Path » et « boundary Scan » pour les circuits mixtes. Ainsi, nous présentons dans cette section le nouveau standard pour le boundary scan de circuits mixtes (IEEE1149.4). Un groupe de travail IEEE travaille depuis quelques années sur le développement de la norme 1149.4 dédiée aux circuits mixtes [Wilk93]. Cette structure standard devrait faciliter le test de circuits intégrés à tous les niveaux : puce, carte, et système [Wilk92], [Jawa92], [Huls92], [Andr92], [Soma94].

- Techniques « BIST »

Une deuxième solution consiste à transférer toutes ou certaines des fonctions du testeur sur la puce. Les structures de test intégré ou « Built In Self Test » (BIST) comprennent ainsi un ou plusieurs des blocs suivants :

- Générateur de signaux de test ;
- Capteur de résultats ;
- Analyseur de résultats.

La première technique « BIST » pour les circuits mixtes a été proposéee par Ohletz en 1991 [Ohle91]. Cette technique appelée « Hybrid Built In Self Test » est dédiée aux CANs possédant un large cœur numérique et des sous-circuits analogiques périphériques. L'implantation de la technique nécessite l'utilisation d'une méthode de BIST classique pour la partie numérique, l'évaluation des réponses de test de la partie analogique étant réalisée dans le noyau numérique. La simulation des entrées analogique est réalisée par un générateur intégré spécial utilisant des registres à décalage.

Plus récemment, une autre approche a été proposée par Slamani et Kaminski pour développer une technique de test intégré des circuits analogique [Slam93]. La technique utilise une approche de tests paramétriques, le principe général consistant à vérifier que les paramètres testés appartiennent à leur domaine d'acceptation. Cette technique, appelée « Translation-BIST » (T-BIST) est basée sur la conversion de chaque paramètre mesuré en une tension continue. La valeur de cette tension, proportionnelle au paramètre testé peut être facilement manipulée et testée. Le test de la tension continue s'effectue par comparaison avec deux tensions de références qui représentent les marges acceptables pour chaque paramètre.

- Conclusion

Dans ce paragraphe les concepts de base rencontrés dans le domaine d'auto-test pour les CANs sont décrites, en passant en revue les avancées réalisées dans les différentes voies de recherche actuelles.

Globalement nous avons vu que deux approches sont utilisées : soit une approche de test orientée détection de fautes (amélioration de la contrôlabilité et l'observabilité), soit une approche orientée vérification des spécifications (BIST).

Dans le cadre de nos travaux, seul le test intégré des convertisseurs analogiques numériques nous intéresse. De plus, vue les multitudes d'architecture des CANs que l'on peut trouver sur le marché, il faut adopter une technique d'analyse générale et générique pour tout les types de CANs (SAR, flash, pipeline, $\Sigma\Delta$,…). On veut que ce soit de type paramétrique : on détermine des paramètres liés à la qualité de la sortie du CAN pour juger du bon fonctionnement de ce dernier. Nous présentons maintenant la méthode choisie pour l'auto-test des CANs (BIST). Le synoptique de cette nouvelle structure de test servira de fil conducteur à nos travaux, que ce soit pour la génération du signal de test ou l'extraction des paramètres significatifs des performances du CAN.

IV.2. La structure proposée du BIST pour l'évaluation des CANs

Dans le cadre de nos travaux, nous sommes amenés à concevoir un système de test in-situ. Ce système doit réduire la complexité du testeur classique, présenter une occupation de silicium raisonnable, et être applicable pour toutes les architectures des CANs. L'objectif de ce paragraphe est d'introduire l'ensemble de circuits nécessaires pour la réalisation de la structure proposée pour le BIST.

Nous devons disposer de sources de signaux analogiques précises et d'une unité d'analyse de données basée sur le traitement numérique du signal. En effet, pour tester le CAN dans les conditions réelles de son fonctionnement, nous avons choisi de lui appliquer une entrée dynamiquement variable (sinus) et d'analyser les données obtenues à la sortie du CAN. Ce test doit être stable, immunisé au bruit, et ne doit faire appel à aucun réglage externe tout en présentant une implantation sur silicium optimale. Seule l'horloge sera fournie.

Nous avons choisi d'estimer des paramètres spectraux telles que le rapport signal sur bruit, *SINAD* et *SNR*, et le taux de distorsion harmonique, *THD*. Toutes ces mesures doivent être exécutées directement sur le CAN avec des structures implantées in-situ. Le défi est, d'une part, de générer un signal sinusoïdal suffisamment précis in-situ, et d'autre part, de trouver des algorithmes de traitement de signal qui permettent d'estimer la qualité des signaux issues du CAN, tout en gardant une complexité raisonnable.

Les mises en œuvre que nous suggérons sont basées sur des générateurs de signaux analogiques implantés sur silicium et qui sont entièrement numérique à l'exception d'un filtre analogique qui sera externe. Ces oscillateurs possèdent les qualités des circuits numériques tel que la possibilité de programmation, la faible occupation de silicium, une bonne stabilité, et des méthodes de test mûres. Le signal de sortie du CAN est analysé dans une unité d'extraction qui sépare, par filtrage numérique, le signal du reste du bruit. Une unité de calcul permet de calculer les puissances. La figure I. 13 montre le synoptique du schéma du BIST proposé.

L'unité de contrôle initialise les autres modules pour commencer le test. Le générateur, réalisé par l'utilisation d'une modulation sigma delta numérique, est programmé pour produire un signal sinusoïdal analogique aux fréquences et amplitudes appropriées, fournissant alors un stimuli de test précis à l'entrée du CAN. Les données issues du CAN passent par une unité d'extraction qui sépare le signal du bruit. Après avoir calculé les valeurs des puissances, deux choix sont possibles. Le premier consiste à comparer les puissances calculées aux valeurs limites supérieures et inférieures mis dans un registre mémoire. La décision Go/NoGo est décernée selon que la puissance du signal est dans ces limites ou non. Le deuxième choix consiste à calculer des paramètres spectraux tels que le *SINAD*, *SNR*, et *THD* pour les comparer eux aussi aux valeurs fournis par le constructeur. La figure suivante donne le principe de fonctionnement du BIST.

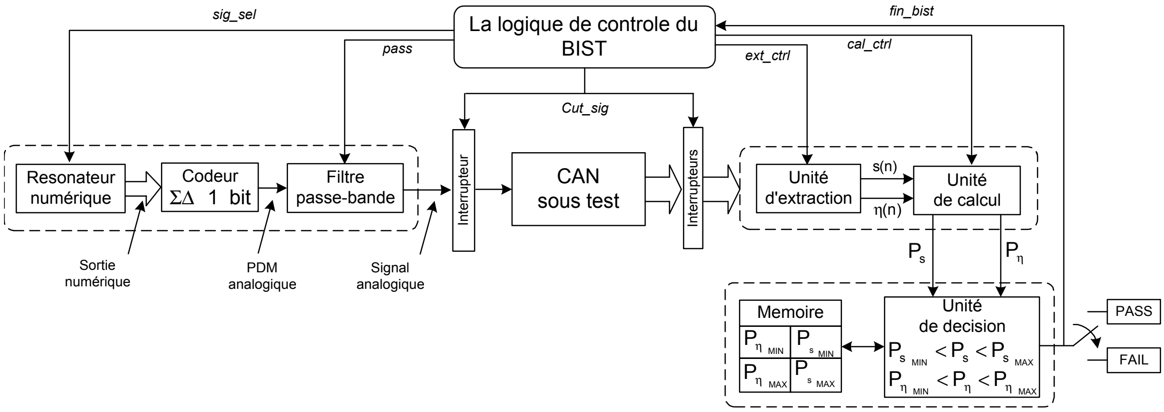


Figure I. 13 : Le shema Bloc du BIST.

- ## La génération du signal in situ

Dans le deuxième chapitre, nous présentons la génération du signal analogique in-situ. Les caractéristiques du signal sinusoïdal à la sortie d'un oscillateur analogique présentent beaucoup de variations à cause de l'instabilité de l'oscillateur. De plus, un calibrage utilisant une instrumentation externe est nécessaire. C'est pourquoi nous nous sommes intéressé aux oscillateurs numériques. Une méthode de génération d'un signal analogique avec une structure numérique originale est présentée. Elle est basée sur l'utilisation d'un modulateur sigma delta dans la boucle d'un résonateur numérique. Elle fait usage de circuits numériques, ce qui va nous permettre de surmonter les problèmes liés à la conception analogique (calibrage externe). Nous avons opté pour cette solution, vu les avantages qu'elle présente : une programmabilité relativement facile, une faible occupation de silicium et une bonne qualité de signal.

- ## Analyse des résultats

Dans le troisième chapitre, nous étudions l'intégration des modules d'analyses des paramètres. L'étude des différentes méthodes d'analyse spectrale nous a mené aux résultats suivants : le coût d'implantation de la FFT est très important, la corrélation exige les fonctions cosinus et sinus dans des ROM pour le calcul de la puissance d'une seule raie. Nous nous sommes intéressés aux unités d'extraction basées sur le filtrage numérique. Cette unité est basée sur un banc de filtres passe–bande accordés sur les fréquences qui nous intéressent (le fondamental et les harmoniques). Ce banc est réalisé par la cascade de cellules biquadratiques (filtre numérique à 2 pôles et 2 zéros) [Pece89]. Le principe consiste à avoir un système qui permet de séparer les composantes spectrales d'un signal. Le système est constitué d'un réseau de filtre du second ordre [Padm91]. Chaque cellule permet d'extraire une raie sinusoïdale. Une unité de calcul permet d'estimer les puissances de chaque raie spectrale sans avoir à utiliser une FFT. Cette solution permet d'économiser l'utilisation du silicium.

V. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une synthèse des différentes méthodes classiques permettant la caractérisation des CANs (analyse spectrale, statistique et temporelle). Nous sommes arrivés à la conclusion suivante : ces méthodes ne sont pas adéquates pour une implantation in-situ.

Ensuite, nous avons présenté une synthèse des concepts de base proposés dans la littérature pour l'auto-test. Ces méthodes réalisent une analyse structurelle du CAN (détection de fautes). Notre but est de concevoir un système qui réalise une analyse comportementale en déterminant les paramètres d'erreurs. C'est pourquoi nous avons proposé une nouvelle structure de BIST en intégrant des modules de test sur la puce du convertisseur (génération de signaux et analyse de paramètres).

L'étude de la nouvelle structure du BIST est séparée en deux parties. La première, qui fera l'objet du deuxième chapitre, traite de la génération d'un signal intégré en utilisant la modulation sigma delta pour la conception des oscillateurs. La seconde, détaillée dans le troisième chapitre, étudie l'extraction des paramètres à la sortie du CAN en se basant sur une nouvelle approche d'implantation de fonctions de filtrage numérique.

L'utilisation de ces deux nouvelles approches s'avère très avantageuse puisqu'elles présentent une faible densité de logique lors de l'implantation. L'oscillateur est capable de générer un signal assez précis pour le test des CAN de résolution allant de 10 bits jusqu'à 16 bits. L'unité d'analyse permet le calcul des puissances des raies spectrales correspondant aux harmoniques ainsi que la puissance du bruit. Ce qui permet d'estimer des paramètres spectraux tels que *SINAD*, *SNR*, *THD*…

Le dernier chapitre validera ce travail à travers une implantation sur composant programmable de ces structures et une évaluation d'un composant de résolution égale à 10 bits.

Chapitre II

La génération du signal in-situ

Chapitre II : La génération du signal in-situ

I. Introduction

Dans le premier chapitre nous avons proposé un schéma du BIST pour le test des CANs in-situ. Il est constitué de deux parties essentielles : la génération du signal in situ et l'extraction des paramètres. Dans cette configuration l'oscillateur est d'une grande importance puisqu'il doit fournir un signal analogique suffisamment précis pour le test des CANs (qualité spectrale supérieure à la résolution du CAN sous test). Cet oscillateur doit être programmable (fréquence d'oscillation connue) et répétitif (spécifications du signal généré identique d'un circuit à un autre).

Bien que les oscillateurs analogiques soient capables de générer des signaux sinusoïdaux stables et de qualité spectrale importante, ils nécessitent des éléments difficilement intégrables (inductance, quartz). De plus la fréquence d'oscillation est difficile à ajuster (incertitude sur la valeur des composants constituant l'oscillateur), ce qui rend les oscillateurs analogiques difficilement utilisables pour le BIST.

De plus, la conception des oscillateurs analogiques est vulnérable aux variations dans les processus technologiques ainsi qu'aux fluctuations de la température. Bien que ces facteurs puissent être minimisés par des solutions intelligentes lors de la conception, leurs présences causent des imperfections nuisibles dans le cas de la caractérisation des CANs de haute résolution. Par contre, les performances des circuits numériques sont beaucoup moins affectées par ces facteurs et plus immunisées à leurs variations.

C'est pourquoi nous nous sommes intéressés à la génération numérique du signal de test. Une première méthode consiste à utiliser les synthétiseurs numériques de fréquences (DFS). Le problème est qu'une conversion du signal numérique en analogique est nécessaire et s'avère chère en coût d'implantation. La résolution de la fréquence dans cette configuration dépend du nombre d'échantillons entreposés dans la ROM, de sorte que la qualité du signal de sortie va être limitée soit par la longueur du mot mémoire de chaque échantillon ou soit par les caractéristiques du CNA. C'est pourquoi l'utilisation des DFS n'est pas concevable pour notre application.

Dans une première partie de ce chapitre, nous présentons une nouvelle variante d'oscillateur numérique pour générer un signal analogique sans avoir recours à des circuits de conversion, il s'agit des oscillateurs Sigma Delta. Elle consiste à mettre un modulateur sigma delta dans la boucle de réaction d'un résonateur numérique. La sortie est un bitstream et seul un filtre analogique est nécessaire pour avoir un signal analogique sinusoïdal, ce qui permet d'éviter l'utilisation des CNAs. Cette méthode nous est apparue comme étant la plus adaptée pour la génération in-situ.

Les travaux sur lesquels cette étude est basée, présentent des oscillateurs sigma delta dont l'ordre des modulateurs utilisé est relativement faible (deuxième ordre). Avec ces ordres, on risque de ne pas générer des signaux suffisamment précis pour les CANs de résolution supérieure à 12 bits. C'est pourquoi, l'utilisation de modulateur $\Sigma\Delta$ d'ordre élevé est nécessaire en gardant un quantificateur 1 bit.

Dans la seconde partie de ce chapitre, nous présentons une méthode originale pour la conception des modulateurs sigma delta d'ordre élevé tout en assurant sa stabilité. En effet, plus l'ordre est grand plus la qualité du signal généré est meilleure (*SNR* plus grand), mais la stabilité n'est pas toujours assurée. Ensuite, nous exposerons une structure originale pour la réalisation de l'oscillateur. Il s'agit une architecture type LDI (Lossless Digital Integrator) qui permet d'avoir une implantation optimisée, puisque seul des registres à décalages sont utilisées au lieu de multiplieurs.

II. Les oscillateurs Sigma Delta

Les deux blocs de base constituants l'oscillateur sigma delta sont le résonateur numérique et le modulateur sigma delta. Pour effectuer une analyse de ces oscillateurs, il est nécessaire de rappeler le fonctionnement d'un résonateur numérique pure ainsi que les oscillateurs sigma delta disponibles dans la littérature.

II.1. Le résonateur numérique

Pour les résonateurs numériques le contrôle de la fréquence est réalisé avec l'opération de multiplication, figure II. 1. Un résonateur numérique résulte de la mise en cascade de deux intégrateurs rebouclés par une opération de multiplication.

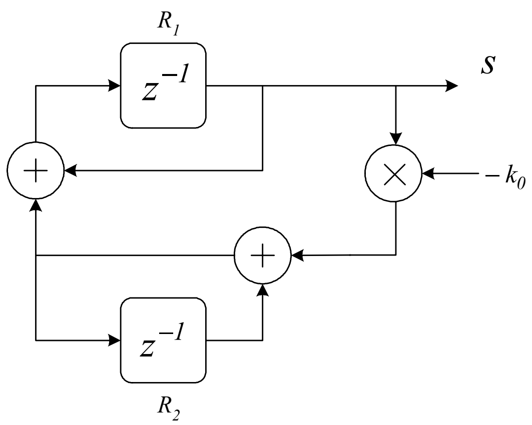


Figure II. 1: Résonateur numérique.

L'analyse du circuit, montré dans la figure II. 1, permet de trouver l'équation caractéristique du système, *(II - 1)*, ainsi que son schéma simplifié, figure II. 2.

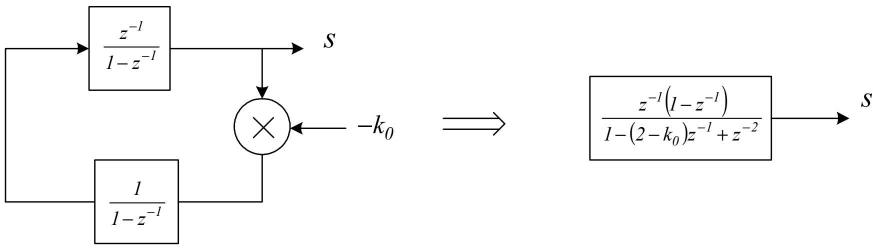


Figure II. 2: Schéma simplifier du résonateur.

$$z^{-2}-(2-k_0)z^{-1}+1=0 \tag{II - 1}$$

Pour $0 < k_0 < 4$, le discriminant de l'équation caractéristique est négatif et les deux pôles complexe $p_{1,2}$ se trouvent sur le cercle unité du plan z.

$$p_{1,2}=\frac{(2-k_0)\pm j\sqrt{k_0(4-k_0)}}{2} \tag{II - 2}$$

Or l'expression polaire d'un nombre complexe s'écrit :

$$p_{1,2}=r\times\left(cos(\Omega_0)\pm j\,sin(\Omega_0)\right)=r\times e^{\pm j\Omega_0} \tag{II - 3}$$

Comme $p_{1,2}$ peut s'écrire sous la forme :

$$p_{1,2}=1\times\left[\left(1-\frac{k_0}{2}\right)\pm j\sqrt{k_0\left(1-\frac{k_0}{4}\right)}\right] \tag{II - 4}$$

La fréquence d'oscillation (f_o) peut être mis en rapport avec k_0 et la fréquence d'horloge (F_h) de la façon suivante :

$$\Omega_0=\frac{2\pi f_0}{F_h}=cos^{-1}\left(1-\frac{k_0}{2}\right) \tag{II - 5}$$

où Ω_0 est la pulsation normalisée exprimée en radians.

Cependant, un multiplieur numérique de n-bits par n-bit est lent comparé aux additionneurs et occupe une grande surface sur le silicium. Une multiplication est illustrée dans la figure II. 3 avec un coefficient c et un signal variable X. Si le scalaire peut être une puissance de deux ou une somme de quelques puissances de deux, alors l'usage de multiplieurs peut être évité. Cependant, dans le cadre de nos travaux, cette restriction est insupportable à cause de l'emplacement des pôles et des zéros du circuit qui peuvent être très sensible à une telle quantification. Nous allons donc montrer comment grâce à la modulation sigma delta $\Sigma\Delta$, il est possible de s'affranchir ou de simplifier le multiplieur.

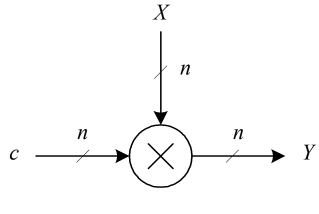


Figure II. 3 : La multiplication n bits par n bits.

II.2. Les atténuateurs Sigma Delta

La propriété du codage en un bit des modulateurs $\Sigma\Delta$ peut être utilisée pour simplifier le multiplieur et réduire la multiplication *n* bits par *n* bits [John93]. Cette opération peut être implantée avec multiplexeur *2:1* comme le montre la figure II. 4.

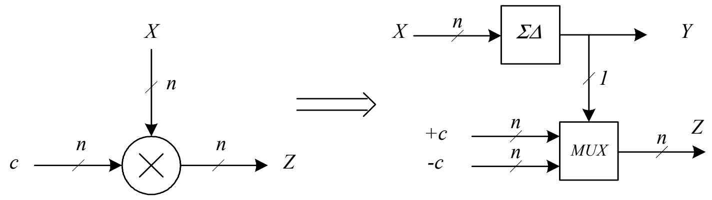


Figure II. 4 : La simplification du multiplieur n×n bits par un multiplexeur 2:1.

Une condition nécessaire pour que cette configuration réalise le fonctionnement d'un multiplieur, est que le modulateur $\Sigma\Delta$ doit avoir une fonction de transfert associée au signal (*STF* – Signal Transfert Function) égale à l'unité. En d'autres termes, le gain doit être égale à l'unité et ne présente aucun changement de phase au moins dans la bande du signal. Puis que ce n'est pas une propriété de la plupart des modulateurs $\Sigma\Delta$, il faut chercher des topologies qui garantiront ces exigences sans imposer des contraintes dans le choix de la largeur de bande et du rapport signal sur bruit (*SNR*) [Veill97].

En outre, le signal variable *(X)* est disponible maintenant sous une forme 1 bit *(Y)* à la sortie du modulateur $\Sigma\Delta$. Le signal original sera entouré par un bruit de quantification en dehors de la bande utile et qui peut être éliminé en le filtrant plus tard. La représentation sur 1 bit d'un signal facilite la conversion dans le domaine analogique, puisque seul un filtrage analogique est nécessaire. Cependant un soin doit être pris quand on place un atténuateur $\Sigma\Delta$ dans une boucle de réaction, puisque le bruit de quantification est introduit dans le système. Par conséquent, pour assurer un bon fonctionnement de l'atténuateur, le coefficient *c* dans la figure II. 4 devrait être gardé assez petit pour maintenir un faible niveau de bruit injecté dans la boucle.

II.3. L'oscillateur Sigma Delta passe-bas

Le circuit qui fait usage d'un modulateur $\Sigma\Delta$ dans la boucle de réaction d'un résonateur numérique est appelé désormais un oscillateur $\Sigma\Delta$ passe bas [Lu94].

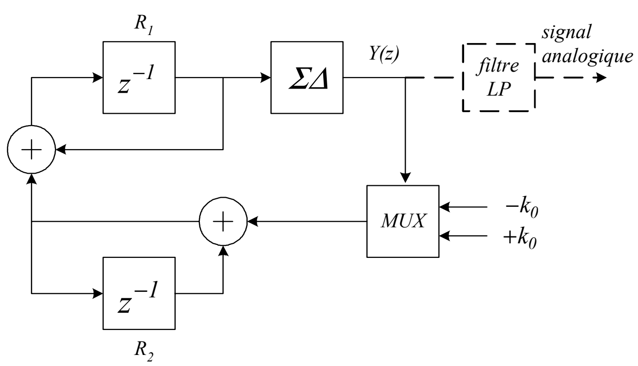


Figure II. 5 : L'oscillateur Sigma delta passe bas.

Le système montré dans la figure II. 5 utilise deux intégrateurs numériques, un modulateur *ΣΔ* passe bas et un multiplexeur. La sortie du modulateur *ΣΔ* est nommée *Y(z)*. Le modulateur *ΣΔ* code son entrée en un flux binaire et le multiplexeur effectue la multiplication *1*-bit par *n*-bit. Pour que cette opération remplace la multiplication numérique, le modulateur *ΣΔ* doit avoir une fonction du transfert du signal *(STF)* égale à l'unité. Le circuit peut supporter aussi un modulateur *ΣΔ* ayant une *STF* égale à z^{-1} (tel que le modulateur de deuxième ordre classique [Cand85] montré dans la figure II. 6) mais le résonateur doit être modifié en échangeant l'intégrateur retardé par un intégrateur non retardé [Lu94].

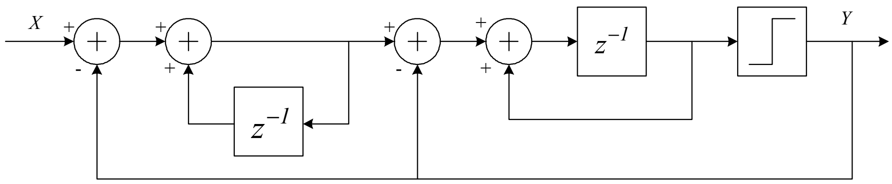


Figure II. 6 : Le modulateur Sigma delta de second ordre.

Une analyse fréquentielle révèle que la sortie *1*-bit du circuit contient un signal sinusoïdal de basse fréquence de très bonne qualité et un bruit en haute fréquence. Le signal sinusoïdal analogique peut être isolé par un filtrage passe bas. L'amplitude et la phase du signal dépendront des conditions initiales des registres à décalage R_1 et R_2 de la figure II. 5, que l'on note respectivement φ_1 et φ_2. On trouve l'équation suivante pour le signal de sortie du modulateur *ΣΔ* :

$$Y(z)=\frac{\left(1-z^{-1}\right)\varphi_1+z^{-1}\varphi_2}{1-\left(2-k_0\right)z^{-1}+z^{-2}} \qquad (II\text{ - }6)$$

En utilisant la transformé en *z* inverse on retrouve :

$$y(mT_h)=\varphi_1\frac{\sqrt{2(1-\cos\Omega_0)}}{\sin\Omega_0}\sin\left(\Omega_0 mT_h+\frac{\pi+\Omega_0}{2}\right)+\varphi_2\frac{1}{\sin\Omega_0}\sin(\Omega_0 mT_h) \qquad (II\text{ - }7)$$

qu'on peut mettre sous la forme suivante :

$$y(mT_h)=A\times\sin(\Omega_0 T_h m+\varphi) \qquad (II\text{ - }8)$$

où T_h est la période de l'horloge, *m* est un indice fonction du temps, Ω_0 est donnée par *(II - 5)*, *A* et φ sont donnés par :

$$A=\frac{(1-k_0)\varphi_1+\varphi_2}{\sin(\Omega_0+\varphi)} \qquad (II\text{ - }9)$$

$$\varphi=\tan^{-1}\left(\frac{\varphi_1\sin(\Omega_0)}{\left[1-k_0-\cos(\Omega_0)\right]\varphi_1+\varphi_2}\right) \qquad (II\text{ - }10)$$

Le premier terme de l'expression *(II - 7)* est l'oscillation due à la condition initiale du registre 1 alors que le deuxième terme décrit le signal sinusoïdal engendré par la valeur initiale de registre 2. L'amplitude et la phase du signal sinusoïdal peuvent être sélectionnées séparément puisque les termes φ_1 et φ_2 sont linéairement indépendants.

II.4. L'oscillateur Sigma Delta passe-bande

L'oscillateur $\Sigma\Delta$ de base a été modifié pour la modulation passe bande [Schr89]. Le circuit, montré dans la figure II. 7, peut coder la bande du signal utile en passe bande. Le circuit est composé d'un résonateur du deuxième ordre et d'une boucle de réaction composée d'un modulateur $\Sigma\Delta$ passe bande en série avec un multiplexeur 2:1. La sortie du modulateur ΣΔ est dénotée $Y(z)$. Le Coefficient K_c est un accordeur grossier (coarse tuner), il fixe la fréquence centrale de l'oscillation. Le réglage fin de l'oscillation autour de la fréquence centrale est réalisée avec coefficient k_f (fine tuner). Pour une consommation de surface optimale du silicium, K_c devrait être une puissance de deux ou une somme d'un petit nombre de puissance de deux pour éviter l'utilisation d'un multiplieur à part entière. En particulier, l'usage de K_c=0 implique une localisation de la bande du signal au quart de la fréquence de l'horloge et une implantation du modulateur $\Sigma\Delta$ passe bande économique.

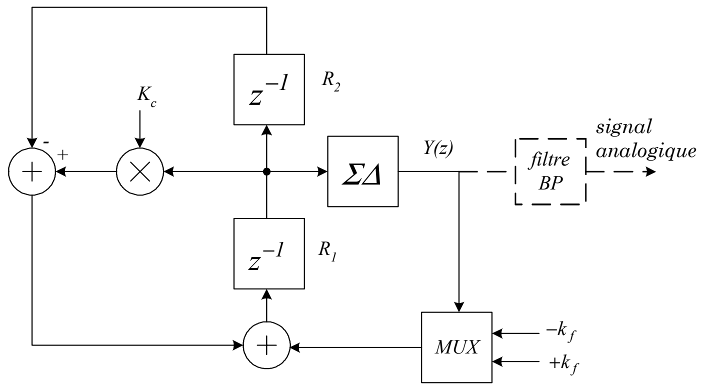


Figure II. 7 : L'oscillateur Sigma delta passe bande.

Le signal 1-bit à la sortie du modulateur $\Sigma\Delta$ contient le signal oscillant plus un bruit du quantification hors de la bande. Le signal sinusoïdal est extrait par un filtrage analogique passe bande du bitstream en sortie du modulateur $\Sigma\Delta$. Il faut encore noter que le modulateur $\Sigma\Delta$ doit avoir une fonction de transfert du signal égale à l'unité *(STF=1)*. L'équation caractéristique de l'oscillateur $\Sigma\Delta$ passe bande est :

$$z^{-2} - \left(k_f - K_c\right)z^{-1} + 1 = 0 \qquad (II - 11)$$

Ce qui nous permet extraire la relation qui fixe la fréquence d'oscillation f_0:

$$\Omega_0 = \frac{2\pi f_0}{F_h} = cos^{-1}\left(\frac{k_f - K_c}{2}\right) \qquad (II - 12)$$

L'amplitude et la phase du signal dépendront des conditions initiales de R_1 et R_2, dénotées φ_1 et φ_2, respectivement. Une analyse simple nous permet d'écrire :

$$Y(z) = \frac{\varphi_1 - z^{-1}\varphi_2}{1 - \left(k_f - K_c\right)z^{-1} + z^{-2}} \qquad (II - 13)$$

Et l'expression équivalente dans le domaine temporel peut s'écrire :

$$y(mT_h) = \varphi_1 \frac{1}{sin\,\Omega_0} sin(\Omega_0 mT_h + \Omega_0) + \varphi_2 \frac{1}{sin\,\Omega_0} sin(\Omega_0 mT_h) \qquad (II - 14)$$

Comme précédemment, l'amplitude et la phase du signal peuvent être sélectionné indépendamment. La valeur exacte de phase n'est pas un problème, nous pouvons mettre φ_2=0 et sélectionner l'amplitude désirée à travers φ_1.

Le modulateur $\Sigma\Delta$ qui a été utilisé dans cette configuration, est montré dans la figure II. 8 [Lu94]. Il présente une *STF* unitaire, une mise en forme de bruit du quatrième ordre, et n'exige pas de multiplieur puisque ses coefficients sont de puissance de deux. La bande du signal est centrée en $\pi/2$ $(F_h/4)$ et le rapport de suréchantillonnage *(OSR)* est 25. Ici l'*OSR* fait référence au rapport de la largeur de la bande du signal par rapport à la fréquence de Nyquist. La fonction de transfert de ce modulateur est :

$$Y(z)=\frac{z^{-4}+\left(2-2^{-8}\right)z^{-2}+1}{2^{-1}z^{-4}+\left(1-2^{-8}\right)z^{-1}+1} \qquad (II - 15)$$

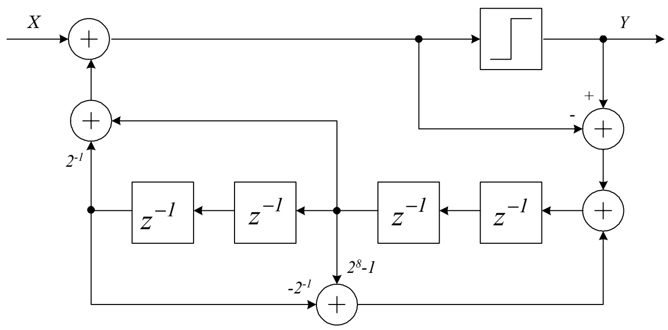


Figure II. 8 : *Le modulateur Sigma delta passe bande de quatrième ordre.*

II.5. Conclusion

Après avoir présenté le principe de fonctionnement de la méthode de génération du signal analogique par l'emploi de la modulation sigma delta numérique, nous sommes arrivés aux conclusions suivantes :

- Les oscillateurs $\Sigma\Delta$ sont très intéressants pour notre application. En effet, grâce à la propriété de la mise en forme du bruit des modulateurs $\Sigma\Delta$, la qualité du signal de sortie est améliorée (ceci dépend bien sur de l'ordre du modulateur). De plus le signal de sortie est sur 1 bit ce qui facilite son utilisation dans le domaine analogique ; un filtre passif sera nécessaire pour supprimer le bruit hors bande. Ce qui transforme le bitstream en un signal sinusoïdal analogique.
- Jusqu'à présent, l'ordre des modulateurs $\Sigma\Delta$ numérique utilisés est de deux pour le passe bas, et de quatre pour le passe bande. Avec ces ordres, on risque de ne pas générer des signaux suffisamment précis pour les CANs de résolution supérieure à 12 bits. C'est pourquoi, nous nous sommes intéressés à l'étude des modulateurs $\Sigma\Delta$ d'ordre élevé, mais en gardant un quantificateur 1 bit.

Dans les paragraphes suivants, nous allons détailler le principe de fonctionnement des modulateurs $\Sigma\Delta$ d'ordre élevé. Ensuite, nous proposons une nouvelle méthodologie originale pour la conception de modulateurs d'ordre élevé avec un quantificateur 1 bit. Puis, nous utilisons des architectures de types LDI pour la réalisation de ces modulateurs afin d'optimiser la complexité du circuit.

III. La modulation Sigma Delta d'ordre élevé

III.1. Généralité

Actuellement, on utilise cette modulation dans les applications de conversion analogique numérique, mais le spectre des applications a été élargi pour optimiser les structures des multiplieurs des filtres FIR, analogiques [Su93] ou numériques [Wong93] et, ensuite, les filtres IIR [John93].

Dans ce paragraphe nous présentons une étude de la modulation sigma delta de type passe bas et passe bande. La finalité est de déterminer l'ordre du modulateur à utiliser pour l'oscillateur afin de garantir un signal de test assez précis pour le test des CANs de résolution élevée (12-16 bits) . Pour cela nous donnerons l'expression du *SNR* en fonction des différents paramètres.

III.2. Modulation Sigma Delta ΣΔ passe bas

III.2.1. Principe

La modulation *ΣΔ* a pour but de repousser le bruit de quantification en dehors de la bande utile par une mise en forme à l'aide d'une fonction sinus, donc de type passe-haut. Après la mise en forme, le spectre du signal est le suivant :

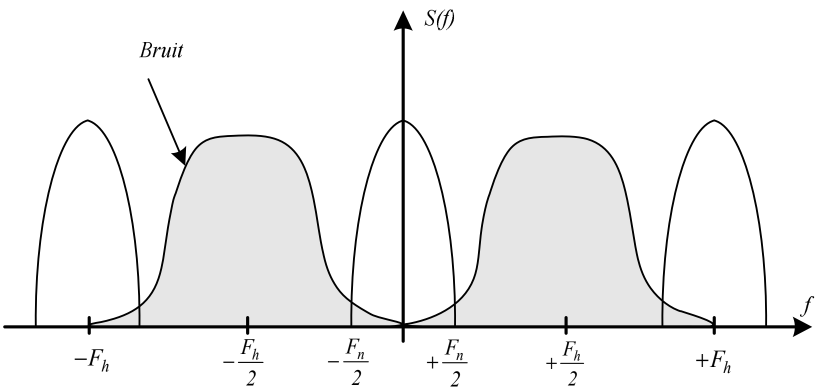


Figure II. 9 : Spectre du signal après mise en forme du bruit.

Un modulateur sigma delta de premier ordre est montré dans la figure II. 10. Comme on travaille sur des signaux échantillonnés, on peut modéliser le modulateur en utilisant la « transformée en *z* », le quantificateur est alors remplacé par son modèle linéaire : un additionneur de bruit blanc *E(z)* (figure II. 11).

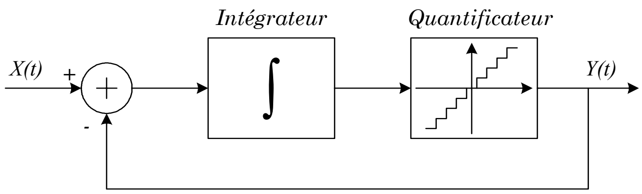


Figure II. 10 : modulateur ΣΔ d'ordre 1.

On peut alors exprimer la sortie du modulateur en fonction de l'entrée et du bruit de quantification :

$$Y(z) = X(z).z^{-1} + E(z).(1 - z^{-1}) \quad \textit{(II - 16)}$$

Il apparaît clairement que le bruit de quantification est mis en forme par une fonction de type sinus, qui, en *z*, s'exprime par $(1 - z^{-1})$.

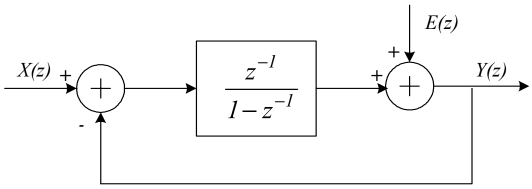


Figure II. 11 : modèle en Z du ΣΔ d'ordre 1.

Le modèle d'ordre 1 peut se généraliser à l'ordre *k* en mettant en série *k* intégrateurs suivis d'un seul quantificateur. La structure générale du modulateur sigma delta d'ordre *k* est représentée par la figure II. 12. Son modèle est illustré dans la figure II. 13.

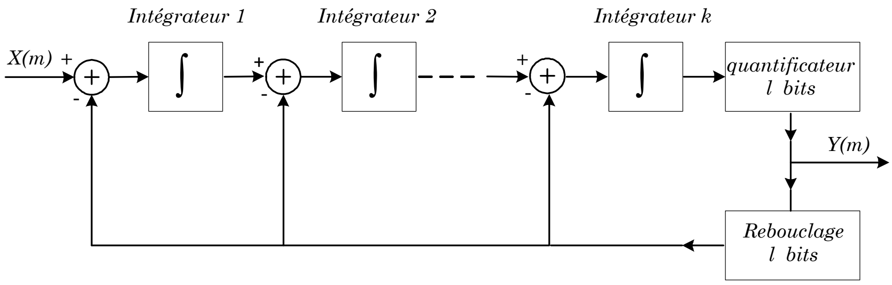


Figure II. 12 : Modulateur Sigma Delta d'ordre k.

Les *k-1* premiers intégrateurs sont non retardés, tandisque le dernier intégrateur est de type retardé.

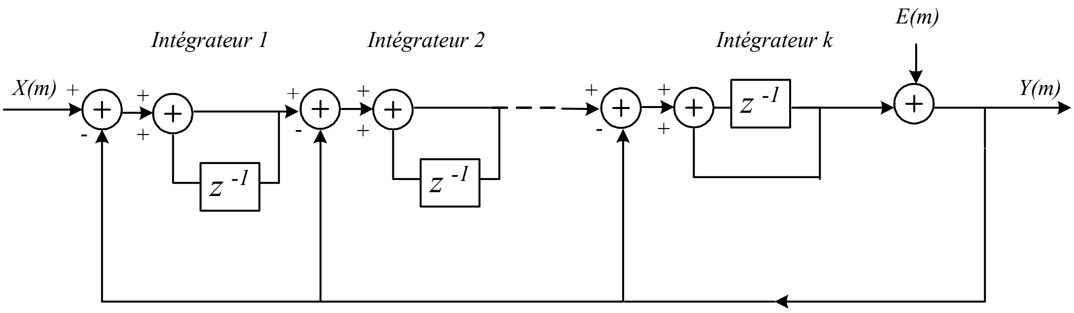


Figure II. 13 : modèle à temps discret d'un modulateur ΣΔ d'ordre k.

La fonction de transfert s'ecrit :

$$Y(z) = X(z).z^{-1} + E(z).(1 - z^{-1})^k \quad \textit{(II - 17)}$$

Où *Y(z)*, *X(z)* et *E(z)* sont respectivement la transformé en *z* de la sortie, de l'entrée et de l'erreur de quantification du modulateur *ΣΔ* d'ordre *k*.

III.2.2. Rapport signal sur bruit

La représentation fréquentielle de l'expression $(1\text{-}z^{-1})^k$ est $(2sin(\pi(f/F_h))^k$ où F_h est la fréquence d'échantillonnage. La densité spectrale du bruit est égale à :

$$\left|N(f)\right| = 2^k\, sin^k\left(\pi \frac{f}{F_h}\right)\frac{q}{\sqrt{12F_h}} \qquad (II - 18)$$

où q est le pas de quantification dans la boucle de rétroaction, F_h est la fréquence d'échantillonnage et k l'ordre du modulateur. La figure II. 14 représente l'allure de la densité spectrale normalisée $\left|N(f)\right|\sqrt{12F_h}\,/\,q$ en fonction de l'ordre k.

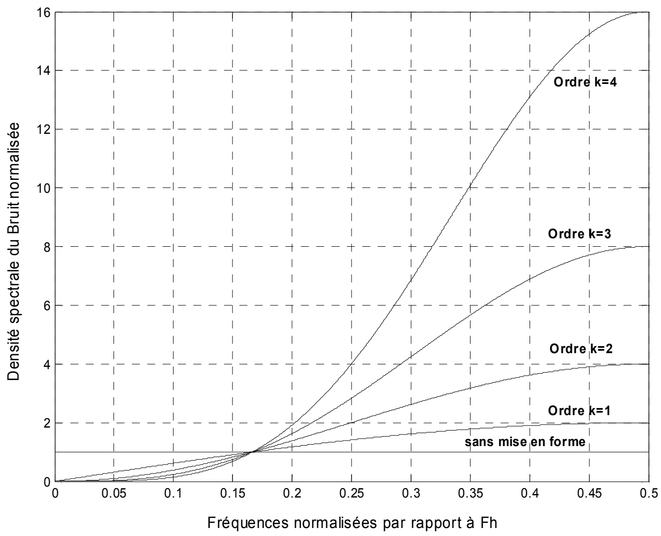


Figure II. 14 : *la densité spectrale de bruit du modulateur ΣΔ pour les ordres k=1, 2, 3,4.*

Le rapport signal sur bruit est calculé en prenant la racine carré du rapport entre la puissance du signal et la puissance du bruit. Pour un signal d'amplitude A à l'entrée le rapport signal sur bruit SNR vaut :

$$SNR = \frac{A}{\sqrt{2}}\frac{\sqrt{12}\sqrt{(2k+1)}OSR^{k+0.5}}{q\pi^k} \qquad (II - 19)$$

avec $OSR=F_h/2B$;

Dans le cadre de nos travaux, nous nous intéressons aux modulateurs sigma delta avec un quantificateur 1 bit. L'amplitude maximale du sinus A_{max} que ce type de modulateur peut coder sans devenir instable est $q/2$. Le rapport signal à bruit maximal est alors donné par :

$$SNR_{max} = \frac{\sqrt{3}\sqrt{2k+1}(OSR)^{k+0.5}}{\sqrt{2}\pi^k} \qquad (II - 20)$$

Il est en fonction de deux variables : l'ordre du modulateur sigma-delta (k) et le rapport du sur échantillonnage OSR. Cette relation permet d'établir un compromis entre la complexité du modulateur (proportionnelle à k) et la rapidité de ses constituants (proportionnelle à l'OSR), pour une précision et une bande utile donnée.

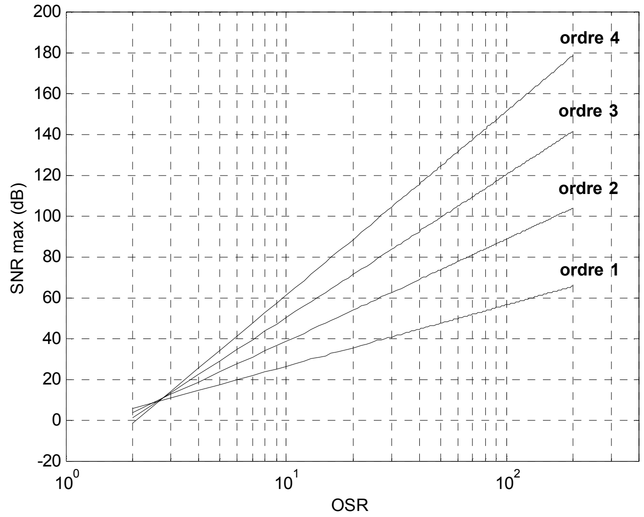


Figure II. 15 : SNR maximum en fonction de l'OSR.

La figure II. 15 représente l'évolution du *SNR* maximum en fonction de l'*OSR* et l'ordre *k*. Pour avoir un modulateur dont le *SNR* est supérieur à 120 dB on peut utiliser un quatrième ordre avec un facteur de suréchantillonnage de *OSR*=64. Nous allons par la suite utiliser ce modulateur pour la réalisation de notre oscillateur passe bas.

III.3. Modulation ΣΔ passe bande

La manière la plus simple d'introduire la modulation $\Sigma\Delta$ passe bande est de s'appuyer sur la théorie développée précédemment avec le passe bas. Après avoir mis en équation le phénomène de mise en forme de bruit passe bande, les performances du modulateur sont montrés.

III.3.1. Du passe bas au passe bande

La différence entre un modulateur $\Sigma\Delta$ passe bas et passe bande concerne essentiellement la fonction de mise en forme du bruit *NTF(z)*. La puissance du bruit de quantification doit s'annuler non plus à la fréquence nulle, mais à une fréquence f_c correspondant le plus souvent à une fréquence très proche de celle de l'oscillateur f_0.

Le passage du passe bas au passe bande est géré au niveau de la fonction *H(z)* du modulateur $\Sigma\Delta$ dont la caractéristique devient celle d'un filtre passe bande [Schr89], figure II.16.

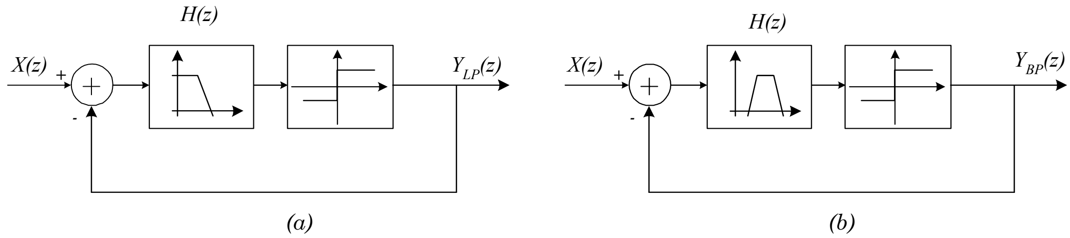


Figure II. 16 : Modulateurs passe bas (a), et passe bande (b)

A partir de la fonction de mise en forme de bruit passe bas $NTF_{LP}(z)$, l'équivalent passe bande se déduit par la transformation suivante :

$$z^{-1} \rightarrow \frac{-\alpha + \beta z^{-1} - z^{-2}}{1 - \beta z^{-1} + \alpha z^{-2}} \qquad (II - 21)$$

Que l'on simplifie en choisissant α et β tels que :

$$z^{-1} \rightarrow \frac{\beta z^{-1} - z^{-2}}{1 - \beta z^{-1}} \qquad avec \qquad \begin{cases} \alpha = 0 \\ \beta = cos\left(2\pi \dfrac{f_c}{F_h}\right) \end{cases} \qquad (II - 22)$$

où f_c est la fréquence centrale du signal d'entrée et F_h est la fréquence de sur échantillonnage du modulateur $\Sigma\Delta$.

De l'équation *(II - 22)*, il vient la fonction de mise en forme du bruit d'un modulateur $\Sigma\Delta$ passe bande :

$$NTF_{BP}(z) = \left(\frac{1 - 2\beta z^{-1} + z^{-2}}{1 - \beta z^{-1}}\right)^k \qquad (II - 23)$$

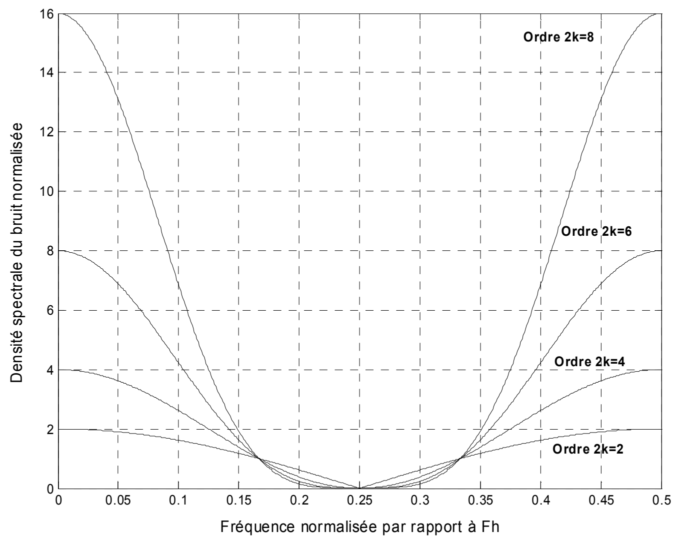


Figure II. 17 : La densité spectrale de bruit du modulateur $\Sigma\Delta$ passe bande pour les ordre k=1, 2, 3, 4 avec β=0 ce qui correspond à $F_h=4f_c$

La fonction de mise en forme de bruit étant un polynôme d'ordre 2, l'ordre du modulateur $\Sigma\Delta$ passe bande sera égal à *2k*. Dans le cas où le rapport entre la fréquence de sur échantillonnage F_h et la fréquence centrale du signal d'entrée f_c est égal à 4, les équations *(II - 22)* et *(II - 23)* donnent :

$$NTF_{BP}(z) = \left(1 + z^{-2}\right)^k \qquad avec \qquad F_h = 4 f_c \qquad (II - 24)$$

Dans la mesure du possible, ce dernier cas sera privilégié afin de simplifier non seulement la conception du modulateur, mais aussi l'oscillateur numérique. En effet, on supprime ainsi une multiplication de *n* bits par *n* bits.

III.3.2. Rapport Signal sur Bruit

Comme tout oscillateur, les performances de l'oscillateur *ΣΔ* se définissent en termes de bruit et de linéarité. L'importance du bruit est évaluée via le rapport signal sur bruit (*SNR*). Le bruit dominant considéré pour le calcul des performances est celui apporté par la quantification du signal.

D'une manière générale, plus le degré $2k$ de la fonction est élevé, plus il y aura de bruit rejeté en dehors de la bande utile. Néanmoins, augmenter l'ordre de la fonction de mise en forme de bruit implique un coût matériel plus élevé et des problèmes de stabilité. Il est donc nécessaire de pouvoir évaluer les performances du modulateur *ΣΔ* en fonction de paramètres tels que la fréquence de suréchantillonnage F_h, le nombre de bits l du quantificateur, l'ordre de la mise en forme de bruit $NTF(z)$.

En prenant pour un signal d'entrée une sinusoïde d'amplitude A et en faisant apparaître le nombre de bits l du quantificateur, il vient :

$$SNR = \frac{\sqrt{3}.\sqrt{(2k+1)}.OSR^{k+0.5}.2^{l}.A}{\sqrt{2}\pi^{k}} = \frac{\sqrt{12}.\sqrt{(2k+1)}.OSR^{k+0.5}.A}{\sqrt{2}\pi^{k}.q} \qquad (II - 25)$$

L'équation *(II - 26)* donne en décibels une estimation des performances d'un modulateur *ΣΔ* passe bande d'ordre $2k$, utilisant un quantificateur 1 bits et travaillant avec un rapport de suréchantillonnage $OSR=F_h/2B$. L'amplitude maximale du sinus A_{max} que le modulateur Sigma Delta peut coder sans devenir instable est $q/2$. Le rapport signal à bruit maximale correspondant est donné par :

$$SNR_{max(dB)} = 10\log\left[\frac{3.(2k+1).OSR^{2k+1}}{2\pi^{2k}}\right] \qquad (II - 26)$$

Les performances du modulateur *ΣΔ* passe bande d'ordre $2k$ sont équivalentes à celles d'un modulateur *ΣΔ* passe bas d'ordre k travaillant avec le même facteur de suréchantillonnage *OSR*.

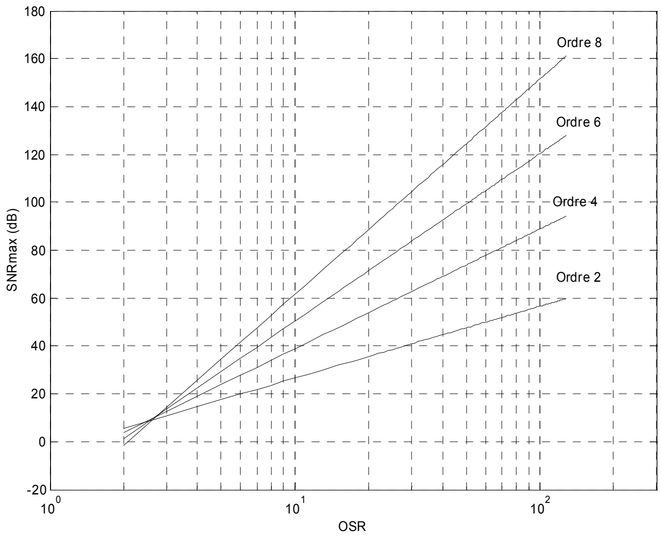


Figure II. 18 : SNR maximum en fonction de l'OSR.

La figure II. 18 représente l'évolution du *SNR* maximum en fonction de l'*OSR* et l'ordre *2k*. De même, pour avoir un *SNR* de plus de 120 dB on peut utiliser un huitième ordre avec un facteur de suréchantillonnage de *OSR*=64. Nous allons par la suite utiliser ce modulateur pour la réalisation de notre oscillateur passe bande.

IV. Les nouvelles structures pour les modulateurs ΣΔ

La conception des modulateurs Sigma Delta numérique d'ordre élevé avec un seul bit de quantification présente beaucoup de défis. En particulier, la stabilité doit être garantie et la complexité de l'implantation numérique doit être minimale en évitant l'utilisation des multiplieurs. Dans ce paragraphe, nous proposons une méthode originale de conception et une topologie spécifique pour cette classe de modulateurs qui sera utilisée pour les oscillateurs Sigma Delta [Reba02-a].

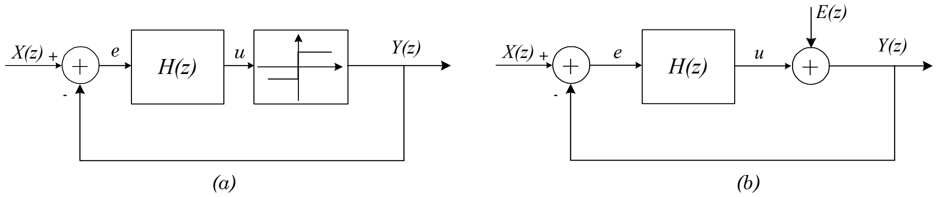


Figure II. 19 : Structure standard pour le modulateur Sigma Delta (a), modèle linéaire (b).

La structure typique d'un modulateur sigma delta d'ordre élevé est montrée dans figure II. 19.a. Elle se compose de trois blocs principaux: un additionneur, un filtre linéaire *H(z)* et un quantificateur 1-bit. Modéliser le quantificateur comme une source de bruit blanc additif E, figure II. 19.b, nous permet de caractériser le modulateur de delta sigma par sa fonction de transfert du bruit de quantification *NTF(z)* et sa fonction de transfert du signal *STF(z)*. Les équations suivantes décrivent la fonctionnalité du modulateur dans le domaine *z* :

$$Y(z) = STF(z)X(z) + NTF(z)\,E(z) \qquad (II - 27)$$

$$NTF(z) = \frac{1}{1 + H(z)} \qquad (II - 28)$$

$$STF(z) = 1 - NTF(z) \qquad (II - 29)$$

La *NTF* est conçu pour atténuer le bruit de quantification dans la bande d'intérêt afin de produire le *SNR* désiré. Les zéros de la *STF*, qui sont également les pôles de *H(z)*, devraient se trouver sur le cercle d'unité dans la bande du signal, afin d'augmenter le *SNR* dans cette bande.

La bande utile du signal est définie comme $[-F_h/(2OSR),\ F_h/(2OSR)]$, où F_h est la fréquence d'échantillonnage du système et *OSR* représente le taux de suréchantillonnage.

La condition de stabilité du modulateur peut être assurée si l'amplitude de *NTF(z)* est limitée à toutes les fréquences. Les simulations ont prouvé qu'en général cette limite doit être inférieur à 2 [Chao90][Schr93].

$$max\left(\left|NTF(z)\right|_{|z|=1}\right) < 2 \qquad (II - 30)$$

Un modulateur Sigma Delta d'ordre élevé peut être réalisé avec une *NTF* dont le numérateur et le dénominateur ont le même ordre et les mêmes principaux coefficients :

$$NTF(z)\big|_{z=\infty} = 1 \qquad (II - 31)$$

Le *NTF* doit être conçue en tenant compte des contraintes *(II - 30)* et *(II - 31).* On peut utiliser des logiciels spécifiques pour la conception des filtres. Notamment, le logiciel MATLAB peut être utilisé pour concevoir une *NTF* de type Butterworth, Chebychev ou elliptique. Dans la suite, nous présentons une méthode originale pour la conception de modulateurs d'ordre élevé. Elle consiste à effectuer une synthèse du filtre *H(z)* pour réaliser la *NTF* voulue.

IV.1. Conception des modulateurs d'ordre élevé

La figure II. 10 illustre le cas le plus simple d'un modulateur $\Sigma\Delta$, il s'agit d'un modulateur de premier ordre. Plus l'ordre du modulateur augmente, plus ne niveau de bruit dans la bande utile sera faible. Ce qui va améliorer la qualité du signal codé par le modulateur. Dans la figure II. 20, on présente la configuration générale d'un modulateur $\Sigma\Delta$ passe bas d'ordre *k*. Elle est réalisée en mettant en cascade *k* intégrateur ($H_i(z)$). La fonction de tranfert du bruit est donnée par :

$$NTF(z) = \left(1 - z^{-1}\right)^k \qquad (II - 32)$$

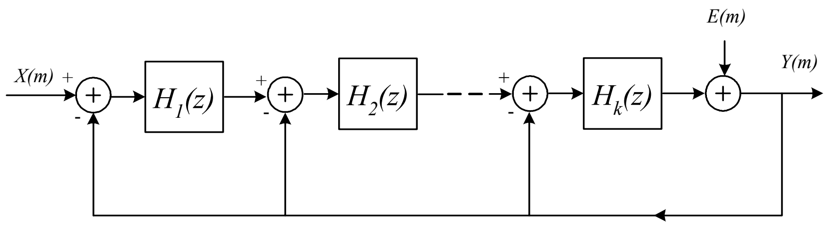


Figure II. 20 : Structure générale d'un modulateur d'ordre k.

Cependant, des problèmes de stabilité risque d'apparaîtrent des qu'on dépasse le deuxième ordre. En effet, utiliser une structure d'intégrateurs en cascade pour avoir un ordre élevé n'est pas la solution idéale puisque cette structure est difficile à stabiliser [Hawk89] [Reba02-b]. Une solution consiste à utiliser une structure de type MASH (Multi stAge noiSe sHaping). Elle combine des modulateurs du premier ordre et du deuxième ordre pour réaliser un modulateur d'ordre élevé stable [Nors96].

Une autre alternative est présentée dans ce paragraphe. C'est une méthode originale qui consiste à effectuer la synthèse du filtre *H(z)* pour réaliser la *NTF* [Reba02-a]. Une règle de causalité doit être respectée lors de la conception de la *NTF* : la boucle de retour ne doit pas contenir de retard. Ce qui implique que le filtre *H(z)* doit avoir un retard z^{-1}, c'est-à-dire que l'ordre du numérateur de *H(z)* doit être inférieur à celui du dénominateur. Nous allons commencer par expliquer le problème de stabilité de la structure classique pour bien comprendre la méthode proposée.

IV.1.1. Dérivation pure d'ordre *k*

Nous commençons avec la réalisation la plus simple de la fonction de transfert du bruit : une dérivation d'ordre *k* donnée par l'équation *(II - 32)*. Avec cette architecture la règle de causalité est respectée. Dans la figure II. 21, on représente la réponse en fréquence de la *NTF* en fonction de l'ordre *k*. On remarque que plus l'ordre est élevé, plus le niveau de bruit est bas pour les basses fréquences, et plus le gain est grand dans les hautes fréquences.

Cependant, cette architecture n'est pas adéquate pour la réalisation de la *NTF* avec un quantificateur 1 bit. En effet, pour un ordre élevé de boucle, nous aurons besoin d'un quantificateur à plusieurs niveaux pour suivre l'évolution du signal. Sinon, le système risque d'osciller, puisqu'il n'arrive pas à suivre l'évolution du signal. En général, pour une structure de dérivation pure d'ordre *k*, on utilise un quantificateur *k* niveaux [Hawk89]. Le fait qu'une boucle utilise un quantificateur de plusieurs niveaux, implique que la dynamique d'entrée du quantificateur est assez grande. Si nous utilisons seulement un quantificateur 1-bit, il saturera, affaiblissant son gain en basses fréquences. Ce qui cause des oscillations dans la boucle [Reba02-b].

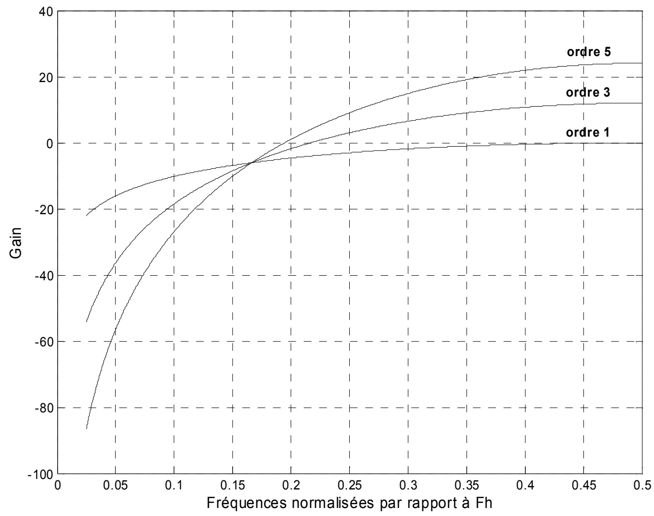


Figure II. 21 : Mise en forme du bruit de la NTF d'une structure de dérivation pure.

IV.1.2. La réponse d'un filtre Butterworth de type passe haut

Le problème de la structure précédente de la *NTF* était la grande valeur du gain en haute fréquence pour un ordre *k* élevé. Nous pouvons modifier la fonction de transfert de la dérivation pure en introduisant des pôles dans la *NTF* :

$$NTF(z) = \frac{\left(1 - z^{-1}\right)^k}{D(z)} \qquad (II - 33)$$

où $D(z)$ est un polynôme d'ordre *k*.

Le but est ainsi d'aplatir la réponse en amplitude de la *NTF* pour les hautes fréquences (figure II. 22). La *NTF* peut être considéré comme une fonction passe haut d'ordre *k*. Un choix judicieux de *D(z)* consiste à utiliser un alignement de type Butterworth pour les pôles. Ce qui donne une région plate pour les hautes fréquences [Reba02-a].

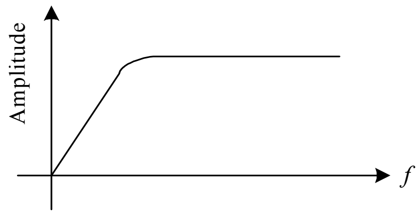


Figure II. 22 : Réponse d'un filtre de type Butterworth.

IV.1.3. Placement des zéros de type Chebychev inverse

La réponse en fréquences du filtre passe haut de type Butterworth montrée au paragraphe précédant peut être modifiée pour déplacer les zéros réels dans la bande atténuée. En effet, nous voulons changer l'emplacement initial des zéros (*1+j0*) sur le cercle unitaire pour produire des zéros dans la fonction de transfert à des fréquences autre que la DC [Reba02-a]. L'exemple d'un filtre du quatrième ordre est montré dans la figure II. 23, où on a placé deux paires de zéros complexes. Comparé avec l'alignement de Butterworth, le niveau du bruit de la *NTF* en basses fréquences est diminué. La fonction de transfert de la *NTF* de cette architecture s'écrit :

$$NTF(z)=\frac{\prod \text{termes du premier ordre} \prod \text{termes du second ordre}}{D(z)} \qquad (II - 34)$$

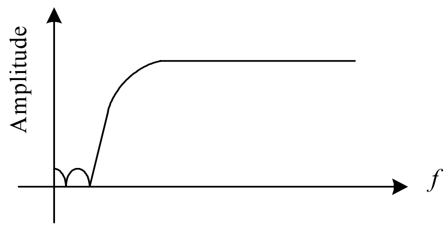


Figure II. 23 : Effet du placement des zéros complexes sur la réponses en fréquences.

Il s'agit de la même methodologie utilisée pour le filtre de Butterworth, sauf qu'il faut utiliser des logiciels de synthèse de filtre IIR pour la réalisation d'un gabarit avec une fonction de type Chebychev inverse. Cette architecture permet une ondulation constante dans la bande atténuée.

IV.1.4. Conception d'un modulateur passe bas d'ordre 4

La topologie pour la réalisation de la fonction de transfert de *H(z)* est divisée en deux parties : le numérateur et le dénominateur. Elles peuvent être implantées séparément en utilisant des boucles.

La première étape consiste à la conception d'un filtre de type Butterworth pour la caractéristique plate de sa fonction de transfert. Le processus nécessite le calcul des pôles dans le domaine continu puis de les translater dans le plan z en utilisant la transformation bilinéaire. Soit $H_D(z)$ une fonction de transfert définie par :

$$H_D(z) = \frac{G(z-1)^k}{(z-p_1)(z-p_2)\ldots(z-p_k)} \qquad (II - 35)$$

où p_1, p_2, …, p_k sont les pôles dans le plan z.

La relation entre $H_D(z)$ et NTF est :

$$H_D(z) = z \times NTF(z) \qquad (II - 36)$$

Pour réaliser un modulateur de quatrième ordre, on utilise une fonction de MATLAB pour le calcul des pôles avec $k=4$ et $G=1$ on trouve

$$p_{1,2} = -1.8074 \pm j0.7486 \quad et \quad p_{3,4} = -0.7486 \pm j1.8074 \qquad (II - 37)$$

Dans une deuxième étape, nous déplaçons tous le zéros de leur position initiale à DC ($z=1$) en utilisant les polynômes de Chebychev. Ces polynômes sont définis par la relation de récurrence suivante :

$$\begin{aligned} T_0(x) &= 1 \\ T_1(x) &= x \\ T_k(x) &= 2xT_{k-1}(x) - T_{k-2}(x) \end{aligned} \qquad (II - 38)$$

Lorsqu'on a un suréchantillonnage, c'est à dire $B<<F_h$, où B est la largeur de la bande transmise, les zéros se trouvent à

$$z_i = exp\left(j2\pi X_i \frac{B}{F_h} \right) \qquad (II - 39)$$

où X_i sont les racines des polynômes T_k.

Dans le cadre de nos travaux, on veut réaliser un quatrième ordre, d'où pour $k=4$:

$$X_i = (0.9239, -0.9239, 0.3827, -0.3827) \qquad (II - 40)$$

Puisque $F_h=2.56$ MHz et $B=20$ kHz, correspondant à un OSR de 64, les zéros dans le plan z se trouvent à

$$z_{1,2} = 0.99831 \pm j0.05801 \quad et \quad z_{3,4} = 0.99971 \pm j0.024045 \qquad (II - 41)$$

A ce stade nous avons défini notre fonction de transfert du bruit NTF en déterminant leurs pôles et zéros. Avec cette fonction de transfert nous espérons réaliser un modulateur passe bas d'ordre quatre, stable, et présentant un SNR de plus 120 dB. L'étape suivante consiste à choisir la structure pour implanter le modulateur.

Nous présenterons dans le paragraphe suivants une première structure, dite structure cascade [Chao90], pour la réalisation de $H(z)$. Ensuite, nous proposons une nouvelle structure de $H(z)$, utilisant des filtres LDI, qui requiert un additionneur de moins que la structure cascade et qui présente un meilleur comportement pour les pôles et les zéros lors de la quantification des coefficients.

IV.2. Réalisation du modulateur

IV.2.1. La structure Cascade

Une réalisation bien connue du filtre linéaire *H(z)* pour les modulateurs d'ordre élevé basé sur la cascade des intégrateurs est présenté dans [Adam91] et [Risb94]. La cascade des intégrateur de *H(z)* est montré dans figure II. 24. Elle se compose d'intégrateurs en série avec des boucles de retour appliquées à partir de chaque sortie d'intégrateur à l'entrée pour placer ses pôles. Par contre, les branchements à la sortie vont placer ses zéros.

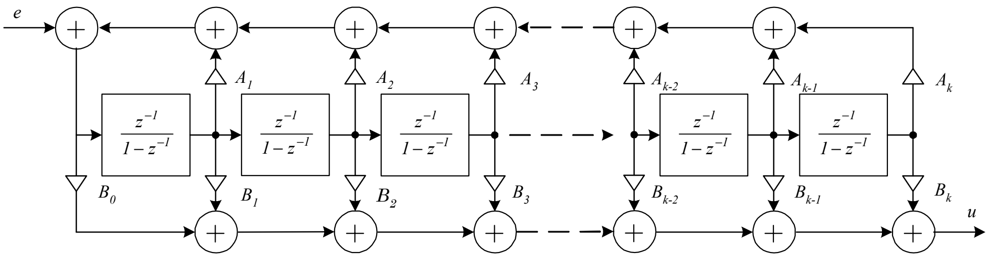


Figure II. 24 : Réalisation du bloc H(z) d'un modulateur d'ordre k.

Les fonctions (*STF* et *NTF*) du système montré dans la figure II. 24 sont obtenues en modélisant le quantificateur par un bruit banc additif E [Chao90] :

$$STF(z) = \frac{\sum_{j=0}^{k} A_j (z-1)^{k-j}}{z\left[(z-1)^k - \sum_{j=1}^{k} B_j (z-1)^{k-j}\right] + \sum_{j=0}^{k} A_j (z-1)^{k-j}} \qquad (II - 42)$$

$$NTF(z) = \frac{(z-1)^k - \sum_{j=1}^{k} B_j (z-1)^{k-j}}{z\left[(z-1)^k - \sum_{j=1}^{k} B_j (z-1)^{k-j}\right] + \sum_{j=0}^{k} A_j (z-1)^{k-j}} \qquad (II - 43)$$

Pour notre exemple, la fonction de transfert du bruit *NTF* est du 4$^{\text{ième}}$ ordre ayant un *OSR* de *64*. En identifiant la *NTF* de notre exemple avec l'équation *(II - 43)*, on trouve l'ensemble des coefficients A_j et B_j (Tableau II. 1). La figure II. 25 montre la structure *H(z)* tandis que la figure II. 26 montre le placement de ses pôles et ses zéros.

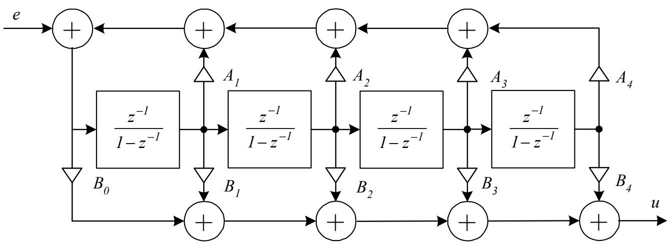


Figure II. 25 : Structure cascade d'un modulateur d'ordre 4.

Coefficient A_j		Coefficient B_j	
A_0	0.8653		
A_1	1.1920	B_1	-3.540×10^{-3}
A_2	0.3906	B_2	-3.542×10^{-3}
A_3	0.06926	B_3	-3.134×10^{-6}
A_4	0.005395	B_4	-1.567×10^{-6}

Tableau II. 1 : Les coefficients calculé pour un quatrième ordre.

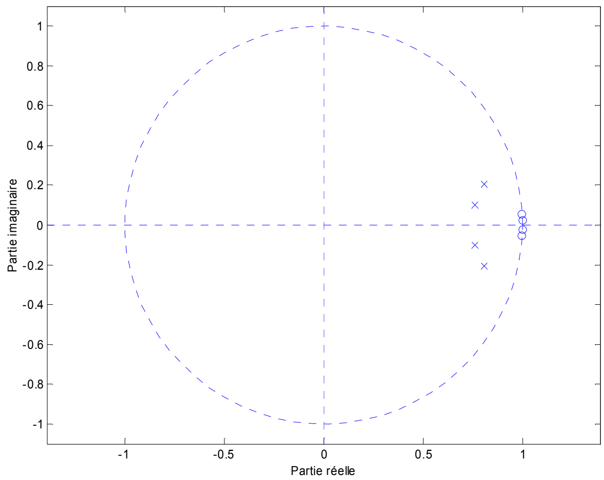
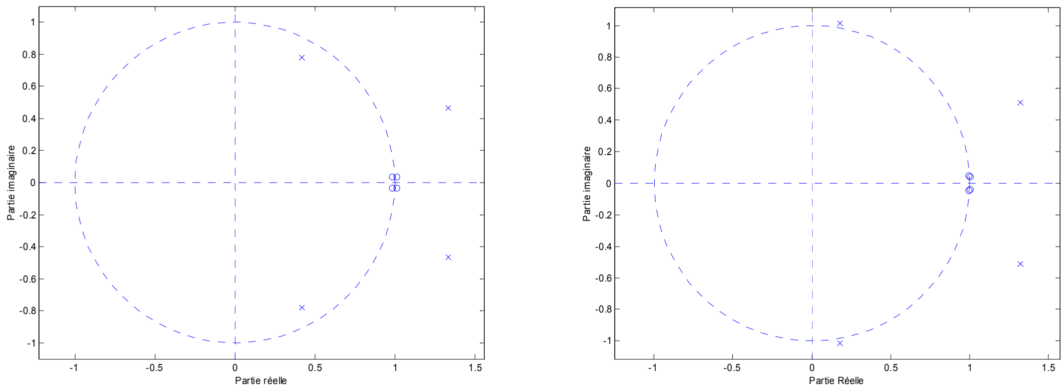


Figure II. 26 : Lieu de pôles de la NTF.

Bien que les modulateurs réalisés avec cette structure interne affichent un rendement très élevé, ils ne sont pas appropriés pour une implantation numérique économique puis qu'ils exigent des multiplieurs. Cependant, si une approximation de la *NTF* peut être trouvée avec des coefficients égaux à des puissance de deux, le modulateur peut être réalisé seulement en utilisant des additionneurs et des unités de décale fixe.

Une méthode inspirée de celle présentée dans [Samu89] est employée pour essayer de quantifier les coefficients de la cascade d'intégrateur avec des puissances de deux. Chaque coefficient dans la structure est arrondi vers la plus proche puissance de deux, indépendamment des autres coefficients. Pour une structure avec k coefficients, cela donne 2^k approximations possibles.

A cause de ce processus de quantification des coefficients, les zéros et les pôles de la *NTF* réalisée par la cascade des intégrateurs s'écartent de leurs emplacements initiaux. Dans beaucoup de cas, ils sont loin du cercle unité, ce qui diminue l'atténuation du bruit dans la bande et cause l'instabilité du modulateur. La figure II. 27 montre l'effet de cette quantification sur le placement des zéros et des pôles pour notre exemple du $4^{ième}$ ordre.



(a) (b)

Figure II. 27 : Lieu de pôles de la NTF après quantification (a) limite inférieure (b) limite supérieure.

Coefficient avant quantification		Coefficient après quantification inférieure		Coefficient après quantification supérieure	
A_0	0.8653	A_0	2^{-1}	A_0	2^{0}
A_1	1.1920	A_1	2^{0}	A_1	2^{1}
A_2	0.3906	A_2	2^{-2}	A_2	2^{-1}
A_3	0.06926	A_3	2^{-4}	A_3	2^{-3}
A_4	0.005395	A_4	2^{-8}	A_4	2^{-7}
B_1	-3.540×10^{-3}	B_1	-2^{-8}	B_1	-2^{-7}
B_2	-3.542×10^{-3}	B_2	-2^{-8}	B_2	-2^{-7}
B_3	-3.134×10^{-6}	B_3	-2^{-19}	B_3	-2^{-18}
B_4	-1.567×10^{-6}	B_4	-2^{-19}	B_4	-2^{-18}

Tableau II. 2 : Les coefficients calculés pour un quatrième ordre après quantification.

Les pôles de la *NTF* sont beaucoup plus sensibles à la quantification des coefficients que les zéros (figure II. 27). En effet, les pôles se trouvent en dehors du cercle unitaire ce qui engendre l'instabilité de la *NTF*, et par conséquent l'instabilité du modulateur. Pour les structures cascades des modulateurs d'ordre élevé, la quantification des coefficients à des puissance de deux cause soit la délocalisation des pôles hors du cercle unité, soit le dépassement de l'amplitude de la *NTF* fixé à 2 selon l'équation *(II - 30)*. Dans l'un ou l'autre cas les modulateurs résultants sont instables. Ainsi notre stratégie de conception échoue complètement avec cette structure. Nous concluons qu'il est extrêmement difficile de concevoir les modulateurs sigma delta d'ordre élevé avec des coefficients en puissance de deux basés sur la structure cascade.

IV.2.2. La structure LDI

Pour le modulateur de figure II. 19, la *STF* dépend de la *NTF* conçue. En effet, dans la bande d'intérêt, où l'amplitude de *NTF* est très petite, la *STF* est presque unitaire. Cependant, le modulateur peut être modifié pour produire une *STF* indépendant de la *NTF*. Nous proposons une structure avec une *STF* unitaire, figure II. 28, puisqu'elle est mieux adaptée pour les oscillateur suréchantillonnées [Reba02-b]. Nous présentons dans ce paragraphe une structure originale, dite structure LDI, pour la réalisation de *H(z)* qui présente un meilleur comportement pour les pôles et les zéros lors de la quantification des coefficients en puissance de deux.

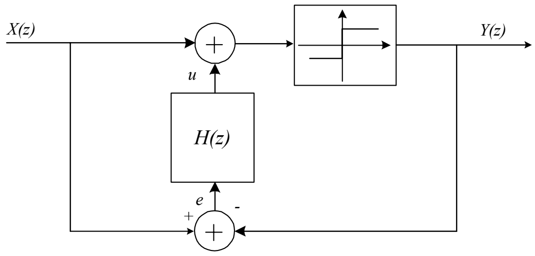


Figure II. 28 : Structure proposée du modulateur avec une STF unitaire.

En modélisant le quantificateur par un bruit banc additif *E*, Les fonctions *STF* et *NTF* du modulateur de la figure II. 28 sont :

$$NTF(z) = \frac{1}{1+H(z)} \quad et \quad STF(z) = 1 \qquad (II - 44)$$

Les structures en échelles (Ladder en anglais) sont employées pour réaliser des filtres analogiques de haute qualité en raison de leur faible sensibilité. Ces filtres analogiques, en continu, peuvent être transformés en filtres numériques, en discret, ayant pour résultat des filtres à intégrateur sans pertes LDI (en anglais, Lossless Digital Integrator Filter) tout en maintenant une bonne sensibilité [Turn84]. Ensuite, nous adoptons cette structure LDI, montrée dans la figure II. 29, pour réaliser le bloc linéaire *H(z)*, en espérant que la *NTF* deviendra moins sensible aux variations de coefficient induites par la quantification.

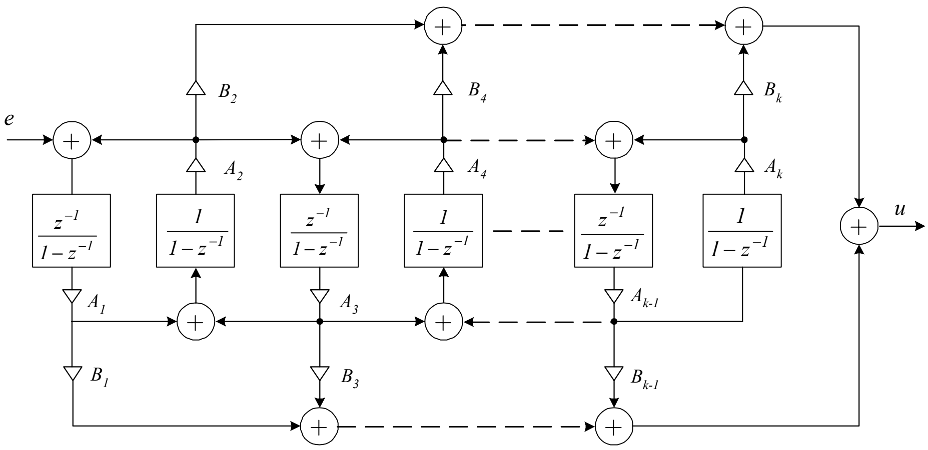


Figure II. 29 : Réalisation du bloc H(z) avec des blocs LDI.

Le calcul des coefficients de la conception initiale (avant la quantification) utilise un système d'équation non linéaire pour transformer les élément analogiques en numériques selon le tableau II.3 [Turn84].

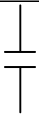
Composant	Transformation LDI
 L	$\frac{L}{T_h}\left(z^{\frac{1}{2}} - z^{-\frac{1}{2}}\right)$
 C	$\frac{T_h}{C}\left(\frac{1}{z^{\frac{1}{2}} - z^{-\frac{1}{2}}}\right)$
 R	$Rz^{\frac{1}{2}}$

Tableau II. 3 : Correspondance pour les éléments.

La réponse en fréquence du filtre numérique est liée à celle du filtre analogique par :

$$\Omega = 2\left(arctan\left(\frac{\omega T_h}{2}\right)\right) \qquad (II - 45)$$

Puisqu'il n'y a aucune atténuation dans les filtres LDI, les pôles de *H(z)*, qui sont également les zéros de la *NTF*, restent sur le cercle d'unité quand les coefficients sont quantifié, ce qui n'est pas le cas avec la structure cascade.

Reprenons notre exemple de conception, la figure II. 30 représente le schéma du filtre *H(z)* et le tableau II. 4 donne les valeurs des coefficients après quantification.

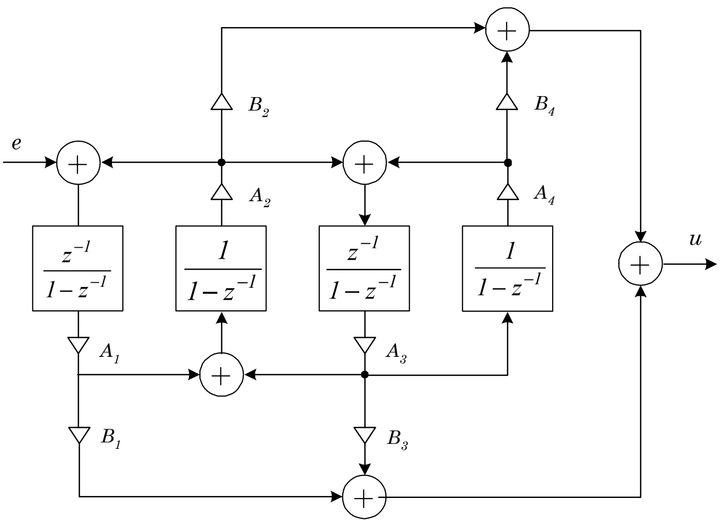


Figure II. 30 : Structure LDI de H(z) pour un modulateur d'ordre 4.

Coefficient A_j		Coefficient B_j	
A_1	2^{-7}	B_1	2^{6}
A_2	-2^{-4}	B_2	-2^{9}
A_3	-2^{-4}	B_3	2^{10}
A_4	2^{-6}	B_4	2^{14}

Tableau II. 4 : Les coefficients calculé pour un quatrième ordre.

L'expression de *H(z)* du filtre du 4iéme ordre de la figure II. 30 est donnée par :

$$H(z) = \frac{N(z)}{D(z)} \tag{II - 46}$$

avec

$$D(z) = \begin{cases} z^{-4} \\ +\left(A_1A_2 + A_2A_3 + A_3A_4 - 4\right)z^{-3} \\ +\left(A_1A_2A_3A_4 - 2\left(A_1A_2 + A_2A_3 + A_3A_4\right) + 6\right)z^{-2} \\ +\left(A_1A_2 + A_2A_3 + A_3A_4 - 4\right)z^{-1} \\ +1 \end{cases} \tag{II - 47}$$

et

$$N(z) = -A_1z^{-1}\begin{pmatrix} B_1z^{-3} \\ +\left(A_2\left(A_3\left(B_1 + B_2\right) + \left(A_3A_4 - 3\right)B_1\right)\right)z^{-2} \\ -\left(A_2\left(A_3\left(A_4B_4 + B_1 + B_3\right) - 2B_2\right) + A_3A_4\left(B_1 + B_2\right) - 3B_1\right)z^{-1} \\ -A_2B_2 - B_1 \end{pmatrix} \tag{II - 48}$$

L'expression de *STF* peut s'écrire alors comme suit :

$$NTF(z) = \frac{D(z)}{D(z) + N(z)} \tag{II - 49}$$

Dans la figure II. 31 on montre le placement des zéros et des pôles de *NTF* ; notons qu'ils sont situés dans le cercle unitaire, ce qui nous permet d'assurer la stabilité du modulateur.

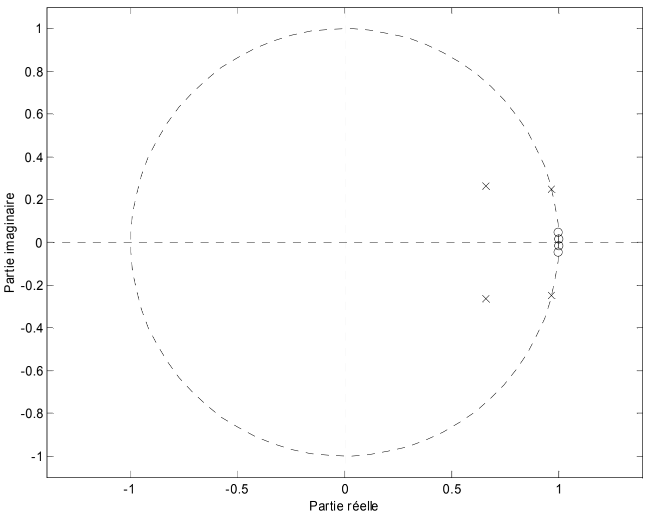


Figure II. 31 : Lieu de pôles de la NTF après quantification.

En outre, les pôles de la *NTF* restent beaucoup plus près de leur position initiale qu'avec la structure cascade, fournissant de ce fait beaucoup de configurations stables de pôles et de zéros. De façon générale, la structure LDI est capable de réaliser une étroite approximation pour un placement des pôles et des zéros stable, en utilisant des coefficients sous forme de puissances de deux [Reba02-a]. L'amplitude résultante de la *NTF* peut être gardée sous la limite désirée sur toute la bande de fréquence (système stable), bien qu'une bonne atténuation est réalisée dans la bande du signal (ordre élevé). La conception d'un ordre *k* exige *2k* additionneurs, *k* soustractions, *2k* unités de décalage, *k* registres et un détecteur de signe qui joue le rôle d'un quantificateur.

V. Les structures proposées pour les oscillateurs ΣΔ

Avant de présenter les architectures des oscillateurs Sigma Delta (passe bas, passe bande) choisies dans le cadre de nos travaux, nous allons commencer par introduire l'effet de l'insertion du modulateur sigma delta dans la boucle du résonateur numérique sur la stabilité de tout le système (modulateur et résonateur).

V.1. Etude de stabilité

Dans ce paragraphe nous allons examiner les effets non désirés dus à l'insertion du modulateur sigma delta dans la boucle de résonateur. Le modulateur rejette la puissance du bruit en dehors de la bande du signal. Ce bruit sera multiplié par k_0 avant d'être introduit dans le résonateur, ce qui modifie l'état de l'oscillateur. C'est pourquoi, on choisit des valeurs relativement petites pour k_0.

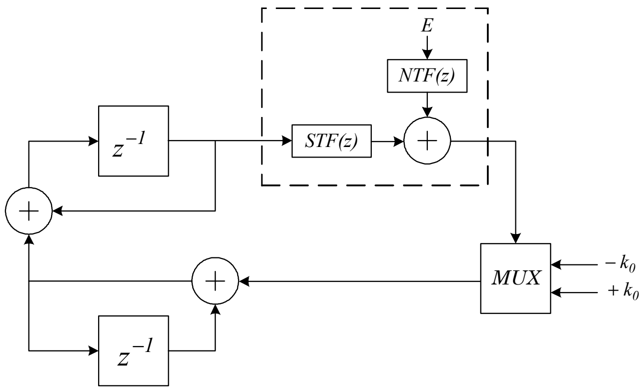


Figure II. 32 : Modèle linéaire de l'oscillateur Sigma Delta.

D'autre part, la combinaison du résonateur avec le modulateur peut être considérée comme un seul circuit avec une entrée pour le bruit située dans le quantificateur 1-bit. Cette entrée de bruit voit une *NTF* différente de la *NTF* du modulateur seul ; dans le cas où $STF=1$, la nouvelle *NTF*, que nous appelons *NTF'*, est donnée par :

$$NTF'(z) = \frac{\left(1 - z^{-1}\right)^2}{1 + \left(k_0 - 2\right)z^{-1} + z^{-2}} .NTF(z) \qquad (II - 50)$$

Une paire de zéros et une paire de pôles sont ajoutées sur le cercle unitaire par rapport à la *NTF* du modulateur initial. Les nouveaux zéros se produisent à la fréquence *0*, alors que les nouveaux pôles se situent à la fréquence normalisée $arccos(1-k_0/2)$ qui est la fréquence de résonance du résonateur LDI.

Les effets des pôles ajoutés et du bruit résiduel de quantification ne sont pas encore complètement maîtrisés. Dans certains cas, ils rendrent le système juste oscillant (limite de stabilité), mais non instable (la propriété désirée du résonateur). L'amplitude de la sinusoïde change en fonction du temps, et on peut voir qu'elle s'écarte légèrement au début de la valeur destinée, et puis elle se stabilise quand le cycle limite est trouvé. La représentation spectrale du signal généré demeure très près de celle prévu par *(II - 50)* lorsque l'amplitude est stabilisée.

Dans d'autres cas, l'amplitude de signal converge vers zéro ou diverge jusqu'à ce que le système devienne instable. En fait, puisque l'oscillateur Sigma Delta (la paire résonateur modulateur) est un circuit non linéaire, les techniques de linéarisation ne peuvent pas prévoir exactement ses propriétés de stabilité.

Des oscillateurs d'ordre 2, 4, et 8 pour des taux de sur échantillonnage de 32 et de 64, ont été simulées pour 10^8 échantillons à de diverses amplitudes et fréquences de signal. Les résultats de cette étude peuvent être récapitulés comme suit :

- Dés que l'ordre k du modulateur est augmenté, l'amplitude maximale est stable. Ceci était prévisible puisqu'on observe le même comportement pour les modulateurs sigma delta.
- Les oscillateurs avec des valeurs d'*OSR* décroissant sont de plus en plus stables pour des petites valeurs de k_0.
- Plus l'ordre de l'oscillateur est élevé, plus la convergence de l'amplitude du signal est rapide.
- Au fur et à mesure que k_0 augmente, la stabilité de l'oscillateur se détériore.
- En limitant k_0 à des petites valeurs on augmente la stabilité des oscillateurs Sigma Delta.

En utilisant ces résultats, un oscillateur stable de quatrième ordre a été conçu et réalisé.

V.2. L'oscillateur Sigma Delta passe bas d'ordre 4

Les modulateurs sigma delta utilisés dans nos travaux sont des modulateurs numériques 1 bit d'ordre élevé ne faisant pas appel à des multiplieurs. Ils sont adaptés pour être utilisé dans les oscillateurs sigma delta. Ces modulateurs, qui présentent une implantation optimale sur silicium et une grande précision, sont insérés dans la boucle résonnante pour créer des sources de signal relativement peu coûteuses avec un excellent *SNR* mais sur une bande de fréquence limitée.

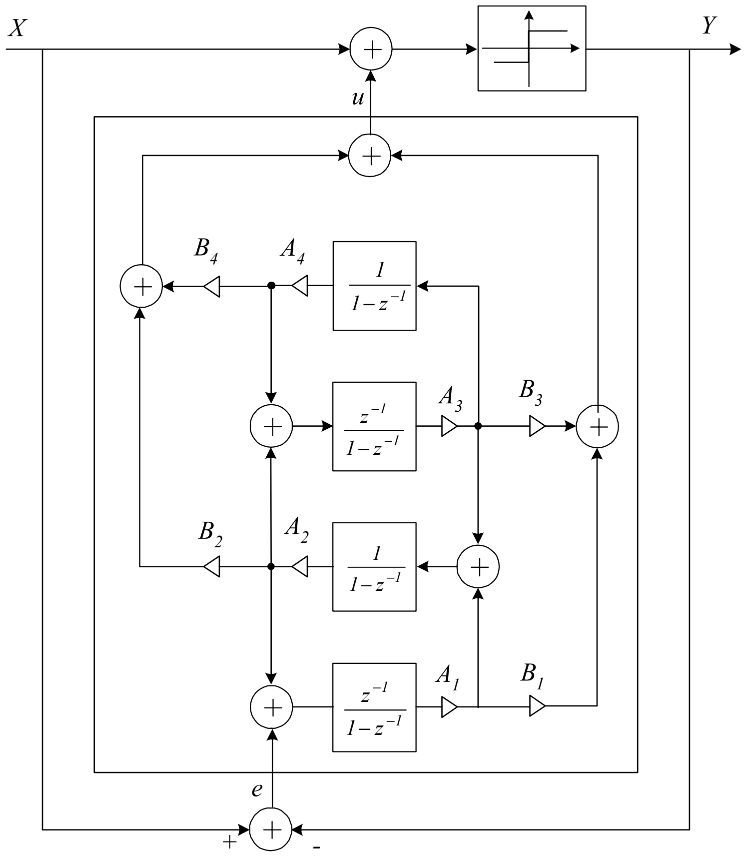
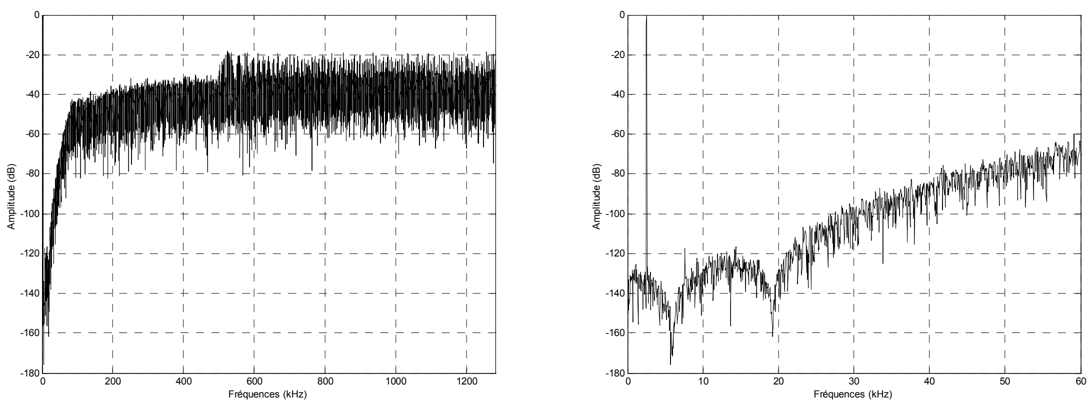


Figure II. 33 : Architecture LDI du modulateur ΣΔ passe bas d'ordre 4.

La structure globale du modulateur passe bas est montrée sur la figure II. 33 ou *H(z)* est un bloc linéaire réalisé avec des filtres LDI. La structure LDI a été choisit puis qu'elle permet de réaliser la *NTF* en utilisant que des coefficients en puissance de deux, ce qui nous permet d'éviter l'utilisation des multiplieurs [reba02-a].



(a) (b)

Figure II. 34 : Spectre de la sortie du modulateur ΣΔ passe bas (a) dans la bande de Nyquist (b) dans la bande utile.

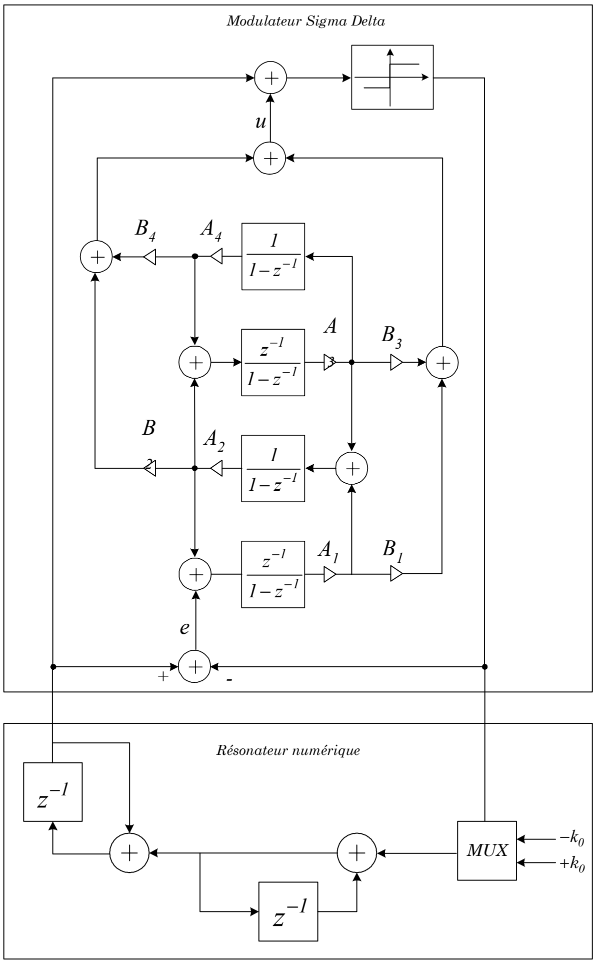
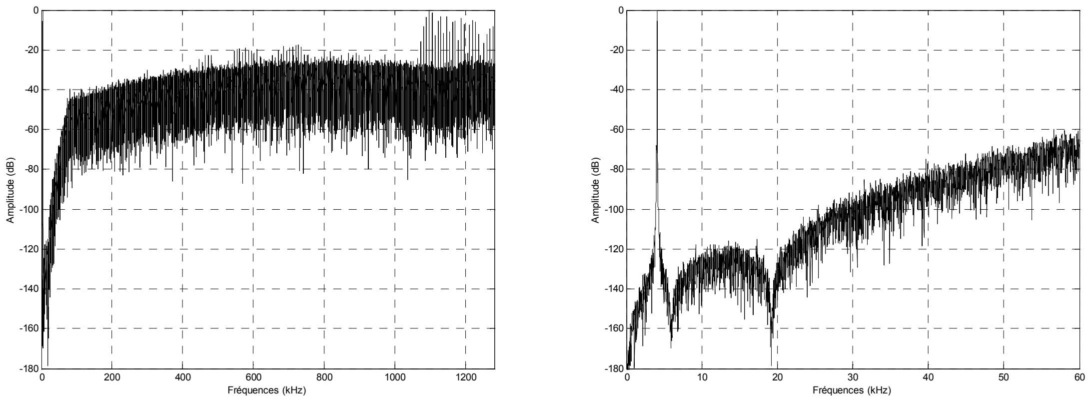


Figure II. 35 : Architecture LDI de l'oscillateur ΣΔ passe bas d'ordre 4.

Pour la réalisation de notre oscillateur, montré dans la figure II. 35, on a choisi un modulateur d'ordre 4 ayant un *OSR* de *64* ce qui nous laisse espérer un *SNR* maximum de *120* dB. Si la fréquence d'horloge est de *2.56 MHz*, la fréquence du signal généré peut aller jusqu'a *20 kHz*. Ce qui nous permet de générer des signaux dans la bande audio. Cet oscillateur peut être utilisé pour le test des CANs qui travaille dans la bande audio.



(a) *(b)*

Figure II. 36 : Spectre de la sortie de l'oscillateur ΣΔ passe bas (a) dans la bande de Nyquist (b) dans la bande utile.

V.3. L'oscillateur Sigma Delta passe bande d'ordre 8

La topologie pour un oscillateur passe-bande suréchantillonné est présentée dans le paragraphe II.4. On utilisée cette structure avec un modulateur sigma delta passe-bande d'ordre élevé pour créer un générateur de signal passe-bande de haute qualité. En fait, l'idée est d'utiliser une boucle de réglage de fréquence; dans le cadre de nos travaux, on veut réaliser un oscillateur de fréquence arbitraire et stable.

Si la bande du signal est centrée exactement au quart de la fréquence d'échantillonnage ($4*f_c=F_h$), on n'a plus besoin de multiplieur, ni pour le modulateur, ni pour la boucle du résonateur. Nous avons adapté notre oscillateur passe bas du quatrième ordre pour réaliser un passe-bande en utilisant la structure LDI afin obtenir un oscillateur sans multiplieur. Le modulateur résultant est d'ordre 8.

$$z^{-1} \rightarrow -z^{-2} \qquad avec \qquad \begin{cases} \alpha = 0 \\ \beta = 0 \end{cases} \tag{II - 51}$$

Le résonateur LDI n'a pas la même topologie que celle d'un passe bas car cela doublerait le nombre des pôles résonnants, rendant le système instable. Cependant les simulations de la topologie passe bande adopté de la figure II. 7 du résonateur montrent qu'elle est stable.

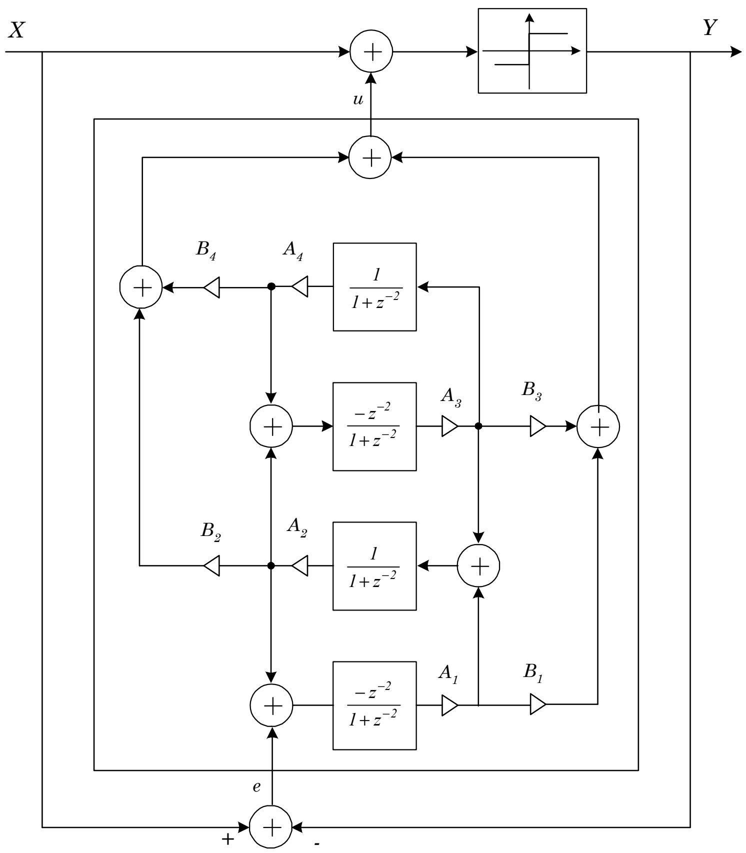
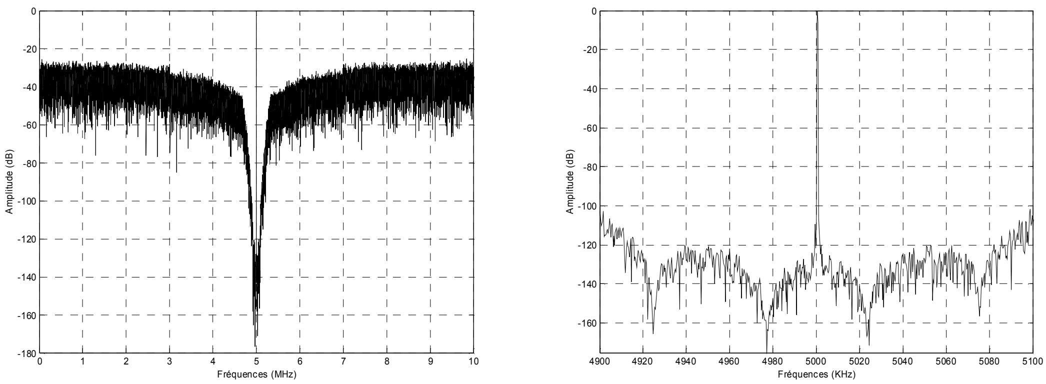


Figure II. 37 : Architecture LDI du modulateur ΣΔ passe bande d'ordre 8.



(a) *(b)*

Figure II. 38 : Spectre de la sortie du modulateur ΣΔ passe bande (a) dans la bande de Nyquist (b) dans la bande utile.

Pour la réalisation de notre oscillateur, montré dans la figure II. 39, on a choisit un modulateur passe bande d'ordre 8 ayant un *OSR* de *64* ce qui nous laisse espérer un *SNR* maximum de *120 dB*. Si la fréquence d'horloge est de *20 MHz*, la fréquence du signal généré sera autour de *5 MHz*. Le réglage fin autour de la fréquence centrale f_c=*5 MHz* est assuré par k_f. La bande utile est de 156 kHz (*4928 kHz-5072 kHz*), puisque $B=F_h/2OSR$. Cet oscillateur peut être utilisé pour le test des CANs qui fonctionne avec une fréquence d'horloge de quelques dizaines de *MHz*.

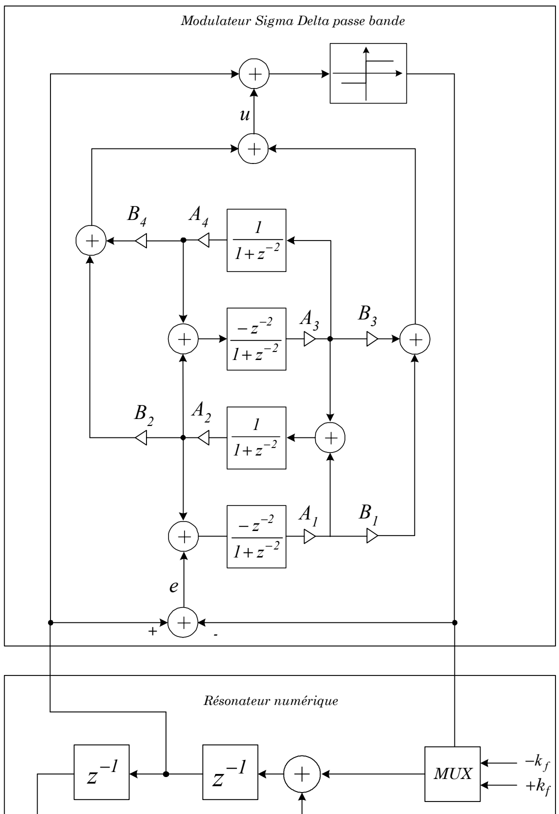
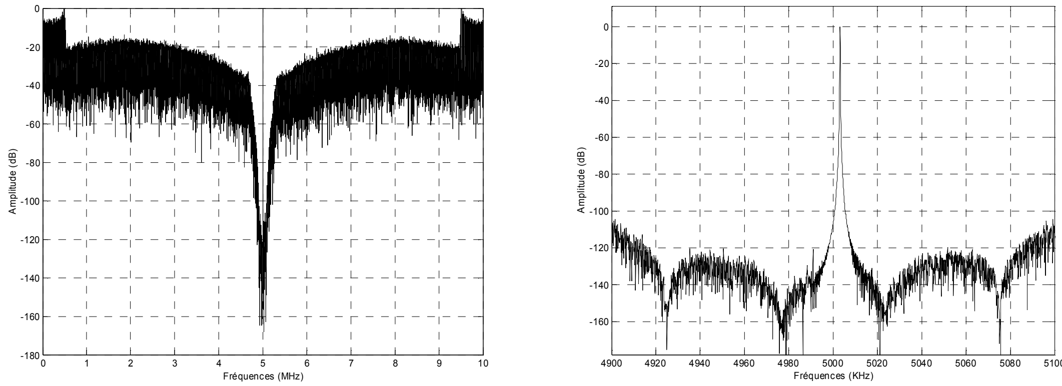


Figure II. 39 : Architecture LDI de l'oscillateur ΣΔ passe bande d'ordre 8.



(a) (b)

Figure II. 40 : Spectre de la sortie de l'oscillateur ΣΔ passe bande (a) dans la bande de Nyquist (b) dans la bande utile.

VI. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté la méthode utilisée pour la génération du signal in situ. Notre choix s'est porté sur la génération numérique puisqu'elle est mieux adaptée pour produire un signal précis et programmable. La technique consiste à utiliser un modulateur sigma delta dans la boucle d'un résonateur numérique. La problématique est de générer un signal suffisamment précis pour le test des CANs de résolution élevée (12-16 bits). L'élément déterminant de la qualité du signal est le modulateur *ΣΔ*. L'étude menée a montré qu'on a besoin d'un modulateur d'ordre 4 pour le passe bas et d'un ordre 8 pour le passe bande afin d'assurer un *SNR* de 120 dB . Le problème principal des modulateurs ΣΔ d'ordre élevé est leur instabilité.

Dans une première étape, nous avons proposé une méthodologie originale de conception d'un modulateur *ΣΔ* d'ordre élevé avec un quantificateur 1 bit tout en assurant sa stabilité. Cette structure est réalisée par le placement de zéros et de pôles sur la fonction de transfert du bruit (*NTF*). Elle assure une rejection de bruit importante dans la bande utile, ce qui permet d'avoir un signal dont la qualité spectrale permet d'envisager le test des CANs de résolution 12-16 bits.

Ensuite, nous avons étudié l'optimisation de la réalisation de la fonction de transfert du modulateur. Nous avons proposée une architecture originale pour le modulateur *ΣΔ* en utilisant une topologie LDI. Le résultat est une implantation optimale puisque l'architecture ne comporte que des coefficients en puissance de deux au lieu de multiplieurs.

Nous avons conçu deux oscillateurs sigma delta. Le premier est de type passe bas d'ordre 4 ayant un *OSR* de *64* ce qui permet d'avoir un *SNR* de *120* dB. Cet oscillateur permet la génération de signaux dans la bande audio. Le deuxième est de type passe bande d'ordre 8 ayant un *OSR* de *64* ce qui permet aussi d'avoir un *SNR* de *120* dB. Cet oscillateur est convenable pour la génération de signaux de quelque Mégahertz.

Dans le dernier chapitre, nous validerons cette méthodologie de conception d'oscillateurs en intégrant les deux oscillateurs sur composant de type FPGA.

Chapitre III

Analyse des paramètres

Chapitre III : Analyse des paramètres

I. Introduction

Comme nous l'avons introduit dans le chapitre I, nous n'utiliserons pas les méthodes de test classiques. La structure proposée pour le BIST utilise une unité d'extraction de paramètres basée sur le filtrage numérique. Cette unité est constituée d'un banc de filtres et estime les valeurs des puissances des raies harmoniques ainsi que la puissance du bruit. Ce qui permet d'estimer les paramètres spectraux du CAN (*SINAD*, *SNR*, *THD*,…).

Le principe du banc de filtres consiste à utiliser des cellules biquadratiques (filtres passe bande du deuxième ordre), figure III. 1. Ces cellules résonnantes sont accordées sur les fréquences des harmoniques. Le banc de filtres réalise une séparation des raies harmoniques du signal issu du CAN du reste du bruit. Par la suite une unité de calcul assure l'estimation de chaque puissance aux différentes sorties du banc.

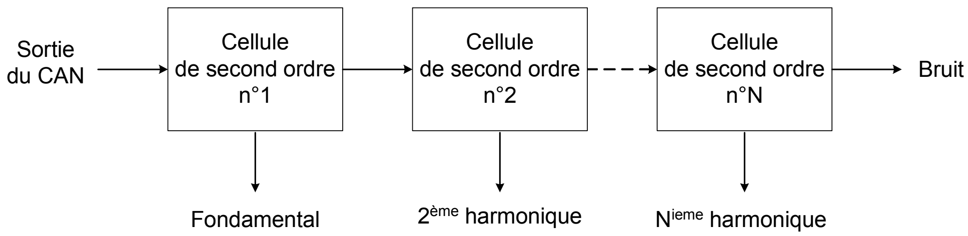


Figure III. 1 : Banc de filtres.

Dans la première partie de ce chapitre, nous présentons une étude comportementale de la cellule de second ordre. Ensuite, nous présentons les différentes structures disponibles dans la littérature pour la réalisation de cette structure résonante. La finalité est de choisir la meilleure topologie convenable pour notre application.

Dans la seconde partie, nous présentons les différentes configurations du banc utilisé pour l'extraction des paramètres. Une structure originale pour le banc sera proposée. Cette nouvelle structure améliore l'estimation des paramètres spectraux du CAN (*SINAD*, *SNR*, *THD*,…). Ensuite, nous présenterons les différentes simulations effectuées sous le logiciel MATLAB avec les mesures d'un convertisseur 10 bit de Texas Instrument en utilisant le banc de filtres proposé et en comparant les résultats avec ceux fournis par la FFT.

Une étude statistique permettant d'évaluer l'effet de l'aspect aléatoire du bruit de quantification sur le calcul de puissance des raies spectrales par le banc de filtres fera l'objet de la dernière partie de ce chapitre. En effet, si on devait mesurer la densité spectrale de puissance d'une raie harmonique à la sortie du CAN on obtiendrait une valeur qui serait légèrement différente à chaque mesure, mais dans un intervalle qu'il nous faut déterminer.

II. La cellule du second ordre (biquadratique)

La structure de base utilisée pour le banc de filtres est un résonateur dont la fonction de transfert est de type biquadratique. Avant de présenter cette structure, il est bon d'étudier les différents paramètres caractérisant son comportement. Ce rappel théorique permettra de mieux appréhender le comportement du résonateur.

II.1. Les filtres RIF

Les filtres numériques à réponse impulsionnelle finie (RIF) sont des systèmes linéaires discrets invariants dans le temps définis par une équation de récurrence. La fonction de transfert d'un filtre à réponse impulsionnelle finie est de la forme :

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \ldots + a_N z^{-N} \qquad (III - 1)$$

L'équation aux différences d'un tel filtre s'écrit alors :

$$y(m) = \sum_{k=0}^{N-1} h(k).x(m-k) \qquad (III - 2)$$

C'est la raison pour laquelle on appelle également ce type de filtre, filtre à convolution. Grâce à leur structure non-récursive, les filtres à réponse impulsionnelle finie sont toujours stables et assurent une phase linéaire tant que leurs coefficients sont symétriques. Ils sont donc tout à fait adaptés aux applications audio, où la distorsion des fréquences due aux non-linéarités de phase est à bannir.

La performance des filtres à réponse impulsionnelle finie est limitée par leur ordre et par la quantification de leurs coefficients, qui se traduit par une grande difficulté quant à leur implantation dans des composants à virgule fixe.

II.2. Les filtres RII

Les filtres numériques à réponse impulsionnelle infinie sont des systèmes linéaires discrets invariants dans le temps dont le fonctionnement est régi par une équation de convolution portant sur une infinité de termes.

La fonction de transfert d'un filtre à réponse impulsionnelle infinie est de la forme :

$$H(z) = \frac{1 + \sum_{i=1}^{N_1} a_i z^{-i}}{\sum_{j=0}^{N_2} b_i z^{-j}} = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \ldots + a_N z^{-N_1}}{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + \ldots + b_M z^{-N_2}} \qquad (III - 3)$$

Le nombre de coefficients nécessaires est plus faible pour une structure RII. A surface égale, le nombre de multiplieurs RII est donc plus optimisé. Cependant, en adoptant une structure cascadée pour les filtres RIF, le nombre de coefficients est aussi réduit d'une manière importante. De plus les filtres RIF ne sont pas soumis au problème de stabilité. C'est pourquoi, dans certaines applications, on préférera utiliser des filtres à réponse impulsionnelle finie.

II.3. La cellule biquadratique (résonateur)

La cellule du second ordre générale fait intervenir dans le calcul d'un élément de la suite de sortie *y[m]* à l'instant *m*, les données aux instant précédant *x[m-1]* et *x[m-2]*. Son équation aux différences s'écrit :

$$y[m] = a_0 x[m] + a_1 x[m-1] + a_2 x[m-2] - b_1 y[m-1] - b_2 y[m-2] \qquad (III - 4)$$

Il en résulte la fonction de transfert en z suivante :

$$H(z) = \frac{a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}{1 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}} \qquad (III - 5)$$

Le résonateur numérique est un cas particulier de la cellule du second ordre avec deux pôles complexes conjugués localisés prés du cercle unité [Padm91]. Le terme résonateur réfère à la large réponse en amplitude du filtre à proximité des lieu de pôles, c'est à dire qu'il ne laisse passer que les fréquences proches de sa fréquence de résonance et il atténue tout le reste. La position angulaire des pôles détermine la fréquence de résonance du filtre.

Le coefficient du terme en z^{-2} est égal au carré du module du pôle ou encore au carré de la distance du pôle à l'origine. En coordonnées polaires le pôle s'écrit comme suit $P = re^{j\theta}$, on a alors :

$$b_1 = -2r\cos\theta, \quad b_2 = r^2 \qquad (III - 6)$$

La fonction de transfert d'un résonateur peut s'écrire alors comme suit :

$$H(z) = \frac{a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}{1 - (2r\cos\theta)z^{-1} + r^2 z^{-2}} \qquad (III - 7)$$

De plus, la position des deux zéros est très intéressante, notamment pour deux cas :

- Les deux zéros à l'origine

On obtient alors une cellule de second ordre purement récursive dont l'expression de la fonction de transfert est :

$$|H(z)| = \frac{1}{U_1(\Omega)U_2(\Omega)} \qquad (III - 8)$$

Avec,

$$U_1(\Omega) = \sqrt{1 + r^2 - 2r\cos(\theta - \Omega)} \qquad (III - 9)$$

$$U_2(\Omega) = \sqrt{1 + r^2 - 2r\cos(\theta + \Omega)} \qquad (III - 10)$$

Le produit $U_1(\Omega)U_2(\Omega)$ atteint son minimum pour la fréquence de résonance f_r donnée par :

$$f_r = \frac{F_h}{2\pi} arccos\left(-\frac{b_1(1+b_2)}{4b_2}\right) = \frac{F_h}{2\pi} arccos\left(\frac{1+r^2}{2r} cos\ \theta\right) \qquad (III - 11)$$

On remarque que si $r=1$, c'est à dire que les deux pôles complexes se trouvent sur le cercle unitaire, la fréquence de résonance est donnée par la fréquence propre du résonateur :

$$\Omega_r = 2\pi \frac{f_r}{F_h} = \theta \qquad (III - 12)$$

- Les zéros sont placés en $z=1$ et $z=-1$

Ce choix permet d'éliminer la réponse du filtre au fréquences $\Omega=0$ et $\Omega=\pi$.

La fonction de transfert d'un résonateur peut s'écrire comme suit

$$H(z) = \frac{(1-z^{-1})(1+z^{-1})}{1-(2r\cos\theta)z^{-1}+r^2z^{-2}} = \frac{1-z^{-2}}{1-(2r\cos\theta)z^{-1}+r^2z^{-2}} \qquad (III - 13)$$

L'expression du module du filtre peut s'écrire comme suit :

$$|H(z)| = \frac{N(\Omega)}{U_1(\Omega)U_2(\Omega)} \qquad (III - 14)$$

Avec $U_1(\Omega)$ et $U_2(\Omega)$ sont données *(III - 9)* et *(III - 10)* par et $N(\Omega)$ est donnée par,

$$N(\Omega) = \sqrt{2(1-cos\ 2\Omega)} \qquad (III - 15)$$

De même, le produit $U_1(\Omega)U_2(\Omega)$ atteint aussi son minimum pour :

$$f_r = \frac{F_h}{2\pi} arccos\left(-\frac{b_1(1+b_2)}{4b_2}\right) = \frac{F_h}{2\pi} arccos\left(\frac{1+r^2}{2r} cos\ \theta\right) \qquad (III - 16)$$

Pour une cellule à forte résonance($r\approx1$), la largeur de bande à – 3 dB est donnée par :

$$B_{-3dB} = \frac{1-r}{\pi} \qquad (III - 17)$$

On définit le « dumping factor » comme l'inverse de la bande passante :

$$G = \frac{1}{B_{-3dB}} \qquad (III - 18)$$

Une fois qu'on a défini les différents paramètres caractérisant le comportement des résonateurs (fréquence de résonance et largeur de bande), nous allons étudier les différentes structures pour leur réalisation.

II.4. Structures de la cellule biquadratique

Diverses architectures sont utilisées pour remplir la fonction du résonateur. On distingue deux grandes familles pour la réalisation de la cellule du second ordre. La première famille représente les schémas classiques basés sur la réalisation directe de la fonction de transfert (*D-N* et *N-D*). La deuxième famille est basée sur l'utilisation de filtre LDI (Lossless Digital Integrator).

Le problème des structures de réalisations directes (*D-N* et *N-D*) du résonateur consiste à leur sensibilité à la troncature des coefficients. En effet, lors de l'implantation sur silicium, la représentation des coefficients (a_0, a_1, a_2, b_1, b_2) sur un nombre fini de bits va modifier le placement des zéros et des pôles [Beck00]. C'est pourquoi nous nous sommes intéressés à des structures qui présente un nombre de coefficients moins important (LDI, par exemple), ceci permettra de mieux maîtriser l'erreur de la quantification. Dans les paragraphes suivants nous allons étudier les différentes structures possibles pour la réalisation de la cellule du second ordre.

On distingue deux types de structures LDI possibles pour la cellule biquadratique. La première structure est basée sur une réalisation générale de la cellule du second ordre sans action ou commande de la largeur de bande B_{-3dB}. Elle est dite structure « undamped ». La deuxième structure est basée sur l'utilisation des filtres LDI permettant de commander la largeur de la bande.

II.4.1. Structure LDI classique

Pour réaliser un résonateur avec filtres LDI, on a recours à des filtres du premier ordre complexes ayant la fonction de transfert suivante [Yan82]:

$$H(z) = \frac{z_i z^{-1}}{1 - z_i z^{-1}} \qquad (III - 19)$$

où z_i désigne un coefficient complexe défini par :

$$z_i = \alpha_i + j\beta_i \qquad (III - 20)$$

On peut combiner des filtres du premier ordre ayant des coefficients complexes conjugués pour réaliser un filtre biquadratique, montré dans la figure III. 2, ayant la fonction de transfert suivante [Cain94]:

$$H(z) = \frac{2z^{-1}(\alpha_i - z^{-1})}{1 - 2\alpha_i z^{-1} + z^{-2}} \qquad (III - 21)$$

où α_i est la partie réelle du nombre complexe z_i ; elle est donnée par :

$$\alpha_i = cos(\Omega_r) = cos\left(2\pi \frac{f_r}{F_h}\right) \qquad (III - 22)$$

Les coefficient α_i et β_i fixent la fréquence de résonance de la cellule f_r. Le problème d'une telle structure est cette « double » commande sur la valeur de la fréquence de résonance. En effet, lors de la quantification des coefficients dans l'implantation sur silicium, on aura une dispersion des valeurs théoriques qui cause une variation de la fréquence de résonance [Fehe92]. La figure III. 3 montre la réponse en fréquence de cette cellule.

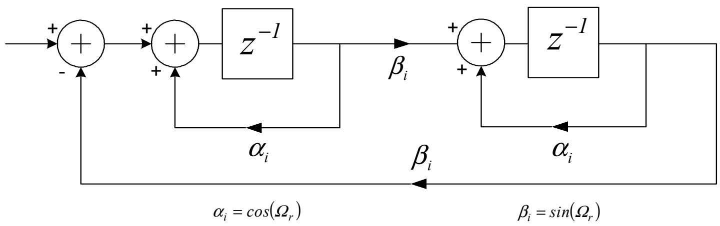


Figure III. 2 : Structure générale de la cellule du second ordre.

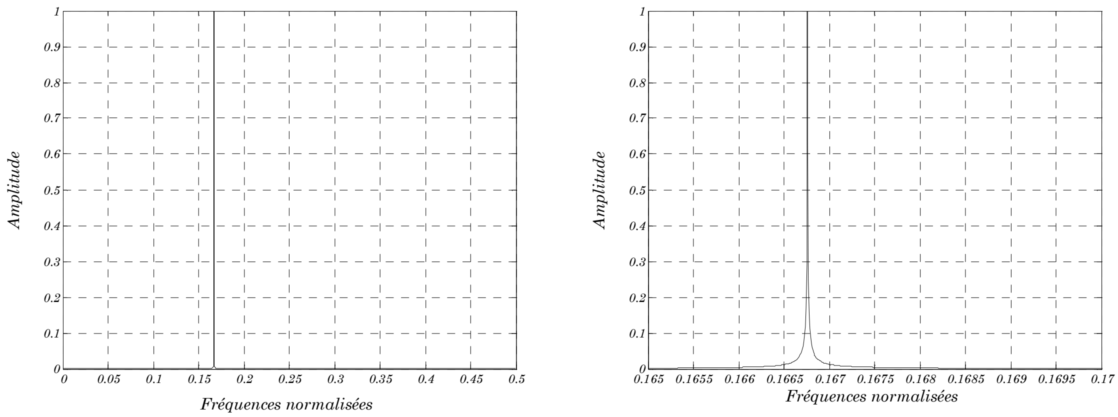


Figure III. 3 : Réponse en fréquence de la cellule avec α_i= 0.5, correspondant à f_r/F_h= 0.16667.

II.4.2. Les filtres LDI « undumped »

Les filtres LDI « undumped » correspondent à des filtres passe-bande sans contrôle sur la largeur de la bande passante [Padm91]. Dans la figure III. 4, on donne le schéma de base d'une telle structure.

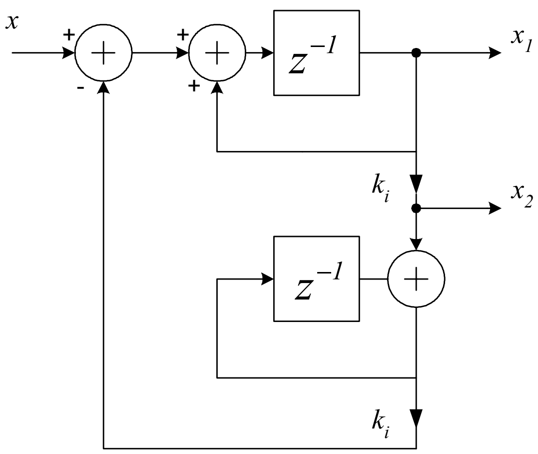


Figure III. 4 : Structure LDI de la Cellule du second ordre.

Dans le calcul de la fonction de transfert, si le signal de sortie est pris en x_1 alors la largeur de la bande passante B_{-3dB} du signal de sortie est indépendante du coefficient interne k_i. Par contre, si x_2 est utilisée comme sortie, le facteur de qualité Q (le rapport entre B_{-3dB} et f_r) sera indépendant du coefficient k_i. Le premier cas est adapté à la réalisation de filtre dont les fréquences sont multiples ($2f_i$, $3f_i$, $4f_i$,…). Le deuxième cas convient au banc de filtre dont les fréquences sont placés de façon logarithmique ($10f_i$, $100f_i$,…).

Dans le premier cas, la fonction de transfert s'écrit :

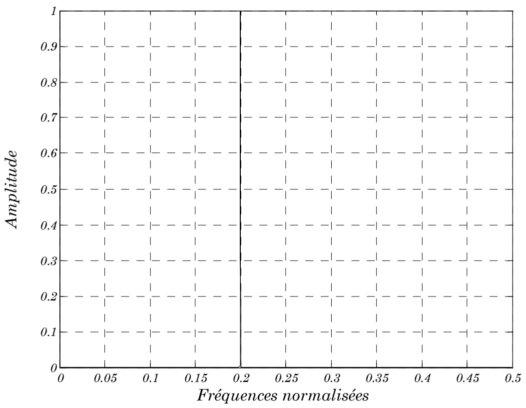
$$H_1(z) = \frac{X_1(z)}{X(z)} = \frac{z^{-1}(1 - z^{-1})}{1 - (2 - k_i^2)z^{-1} + z^{-2}} \qquad (III - 23)$$

et pour le deuxième cas, la fonction de transfert s'écrit :

$$H_2(z) = \frac{X_2(z)}{X(z)} = \frac{k_i\, z^{-1}(1 - z^{-1})}{1 - (2 - k_i^2)z^{-1} + z^{-2}} \qquad (III - 24)$$

La fréquence de résonance pour les deux cas est donnée par :

$$\Omega_r = 2\pi \frac{f_r}{F_h} = 2 \sin^{-1}\left(\frac{k_i}{2}\right) \qquad (III - 25)$$



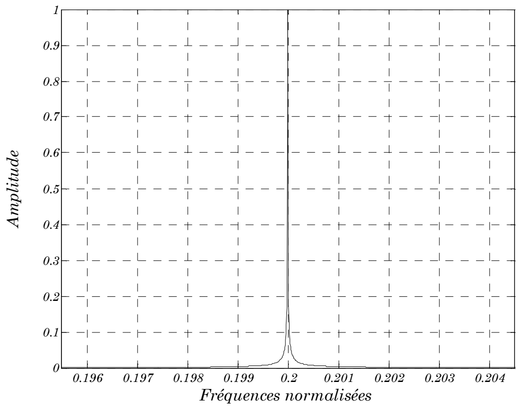


Figure III. 5 : Réponse en fréquence de la cellule avec k_i= 1.1755, correspondant à f_r/F_h= 0.2.

Seul le coefficient k_i fixe la fréquence de résonance de la cellule, mais on n'a aucune commande sur la largeur de la bande passante B_{-3dB}. Cette structure du résonateur a été utilisée pour réaliser un banc de filtre [Mart93]. Dans la figure III. 5 on présente la réponse en fréquence de la cellule.

II.4.3. Les cas spéciaux des filtres LDI

Des structures plus complexes de filtres LDI sont utilisées pour réaliser des résonateurs [Kwan89]. Ces structures présentent une bonne sélectivité même pour des basses fréquences et elles sont robustes à la troncature des coefficients lors de l'implantation. D'autre part, ce type de structure permet le contrôle de la largeur de la bande passante via un paramètre (k_2) qui est indépendant de celui qui détermine la fréquence de résonance (k_1).

Comme pour les filtre LDI « undumped », on distingue deux types de rebouclage : l'un qui permet de choisir la fréquence de résonance à facteur de qualité constant et l'autre qui permet d'avoir une largeur de bande constante. La figure III. 6 présente la structure à largeur de bande constante tan disque, la structure à facteur de qualité constant est illustrée dans la figure III.7.

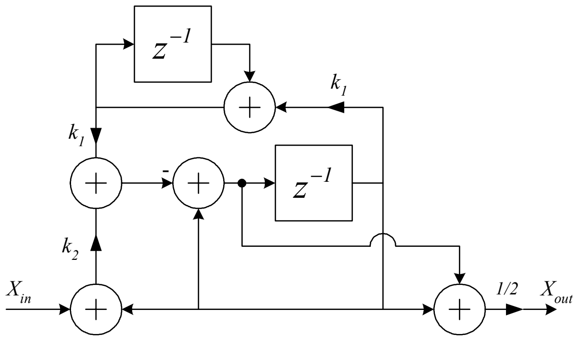


Figure III. 6 : Structure d'un LDI à bande passante B constante.

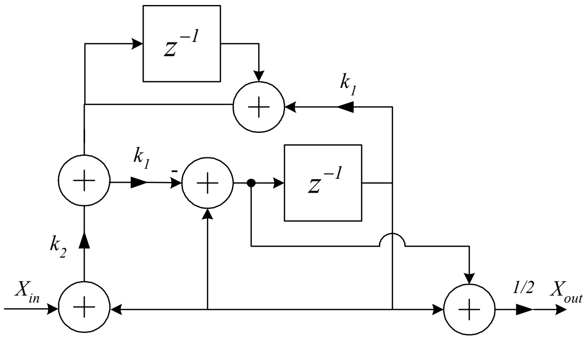


Figure III. 7 : Strutute d'un LDI à facteur de qualité Q constant.

Dans les deux cas la fonction de transfert est donnée par :

$$H(z) = \frac{-k_2}{2} \times \frac{(1+z^{-1})(1-z^{-1})}{1-(2-k_2-k_1^2)z^{-1}+(1-k_2)z^{-2}} \qquad (III - 26)$$

La fonction de transfert réalise la fonction bilinéaire d'un filtre passe bande de deuxième ordre donnée par :

$$H(z) = \frac{r^2-1}{2} \times \frac{(1+z^{-1})(1-z^{-1})}{1-(2r\cos\theta)z^{-1}+r^2z^{-2}} \qquad (III - 27)$$

où k_1 et k_2 sont respectivement remplacés par :

$$k_2 = 1-r^2 \;\; et \;\; k_1 = \sqrt{1+r^2-2r\cos\theta} \qquad (III - 28)$$

r et θ désignant le module et la phase des pôles du filtre.

La largeur de la bande passante du filtre s'écrit en utilisant *(III - 17)* :

$$B_{-3dB} = \frac{1-\sqrt{1-k_2}}{\pi} \qquad (III - 29)$$

La fréquence de résonance de la cellule est donnée par :

$$\Omega_r = 2\pi \frac{f_r}{F_h} = 2 \arcsin \left(\frac{k_1}{2\sqrt{1 - \frac{k_2}{2}}} \right) \qquad (III - 30)$$

et pour des valeurs faibles de k_1 et k_2, on peut écrire

$$\Omega_r \approx \frac{k_1}{\sqrt{1 - \frac{k_2}{2}}} \approx k_1 \left(1 + \frac{k_2}{4} \right) \qquad (III - 31)$$

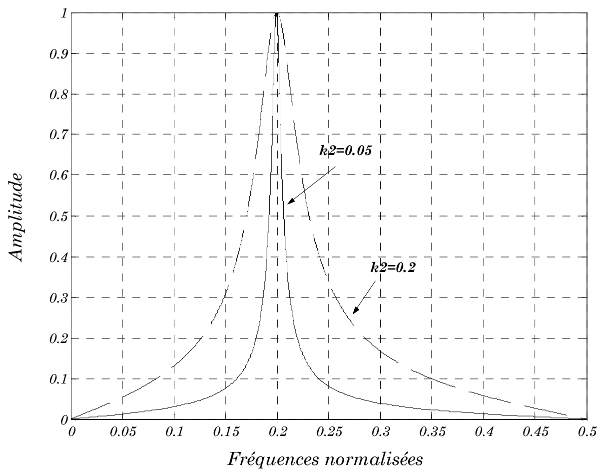


Figure III. 8 : Reponses en fréquence de la cellule pour k_1=1.158, k_2=0.05 et pour k_1=1.152, k_2=0.2.

Dans la figure III.8, nous montrons la réponse en fréquence de cette cellule pour différentes valeurs de k_2. Dans le cadre de nos travaux, notre choix s'est porté sur cette structure du résonateur pour les avantages qu'elle présente : une complexité raisonnable (deux coefficients, deux registres et cinq additionneurs), atténuation aux fréquences extrêmes $0, F_h/2$ (grâce à la présence de deux zéros à $z=1$ et $z=-1$) et une largeur de bande B_{-3dB} commandée.

Une fois que la structure du résonateur est choisie, nous passons à l'étude du banc de filtres. Ce dernier permet d'extraire les raies qui nous intéresses (fondamental et harmoniques) du bruit pour le calcul de leurs puissances afin d'estimer les paramètres spectraux du CAN.

III. Le Banc de filtres

En premier lieu, nous présentons la structure du filtre coupe bande, « notch filter » en terminologie anglaise, qui permet d'extraire une seule composante spectrale d'un signal sinusoïdal [Mcgr89]. Ensuite, nous étudions le banc de filtre classique pour l'extraction de plusieurs composantes spectrales [Sun96]. Puis, nous proposerons une nouvelle structure originale du banc de filtres pour réaliser l'unité d'extraction. La puissance des composantes spectrales du signal sinusoïdal pourra être estimée en calculant la variance des signaux à la sortie du banc de filtre numérique. Nous présentons alors les différentes opérations à réaliser sur les sorties du banc pour calculer les puissances des harmoniques afin d'estimer les paramètres spectraux du CAN.

III.1. Le filtre coupe bande

Le filtre coupe bande permet la séparation d'une seule raie spectrale du reste du spectre d'un signal en utilisant une cellule résonante. La figure III. 9 montre la structure du filtre coupe bande [Kwan89]. Dans la figure III. 10, on présente sa réponse en fréquence. Cette configuration possède un gain unitaire et aucun décalage de phase à la fréquence de résonance.

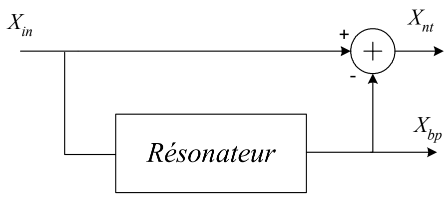


Figure III. 9 : Filtre bilineaire coupe bande (noth filter).

Le filtre coupe bande est obtenu en soustrayant au signal d'entrée, X_{in}, la sortie du passe bande, X_{bp}. Dans le cadre de nos travaux, le résonateur est le filtre LDI montré dans la figure III. 6, la fonction de transfert du filtre coupe bande sera :

$$H(z) = \frac{X_{nt}(z)}{X_{in}(z)} = \frac{2-k_2}{2} \times \frac{1 - \dfrac{2(2-k_2-k_1^2)}{2-k_2} z^{-1} + z^{-2}}{1-(2-k_2-k_1^2)z^{-1} + (1-k_2)z^{-2}} \qquad (III - 32)$$

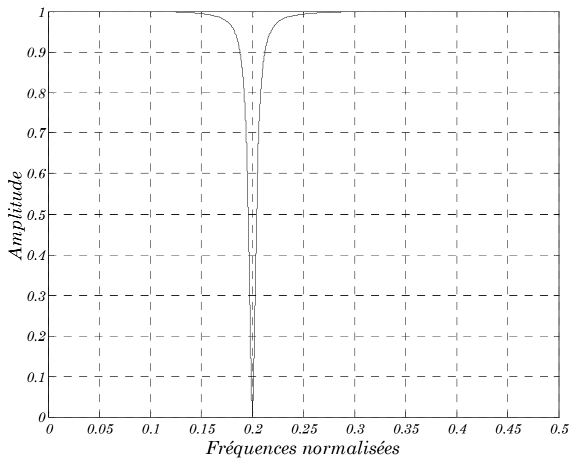


Figure III. 10 : Reponses en frequence du filtre coupe bande.

Avec ce type de structure, on a à la fois une sortie passe bande X_{bp}, qui représente le signal utile (correspondant au fondamental), et une sortie coupe bande X_{nt}, qui représente le reste de la bande de fréquence (le bruit de quantification). C'est en se basant sur cette propriété des filtres coupe bande que les bancs de filtres sont conçus [Reba01].

III.2. Le banc de filtres classique

Le schéma global d'un banc de filtres classique est montré à travers la figure III. 11. On voit que N cellules biquadratiques en cascade sont utilisées [Mart86]. Le banc délivre N sorties passe bande accordées sur les fréquences du fondamental et des harmoniques et une sortie coupe bande qui donne la sortie associé au bruit (le reste du spectre).

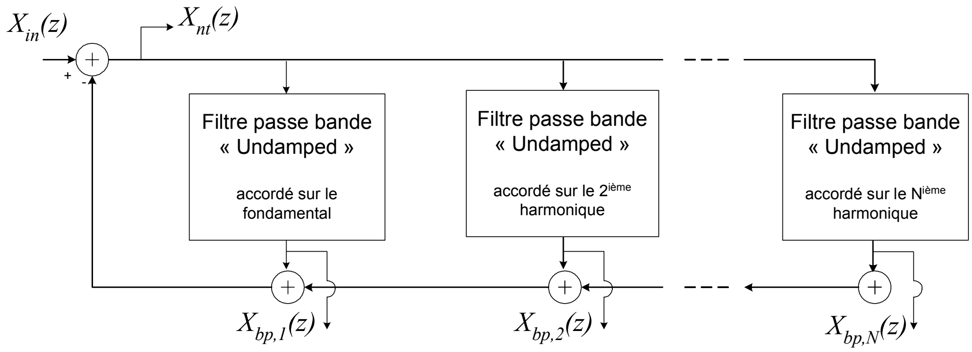


Figure III. 11 : Banc de filtre classique.

Les cellules biquadratiques utilisées dans ce banc sont de type « undamped » (sans contrôle sur la largeur de la bande passante). L'architecture est illustrée à travers la figure III. 12 dans laquelle on fait usage de filtres de type LDI classique présentés à la figure III. 4. Ce banc de filtre a été conçu par Mr. Martin [Mart93] et repris par Mr. Roberts [Tone95] pour séparer les composantes spectrales d'un signal sinusoïdal issues d'un CAN.

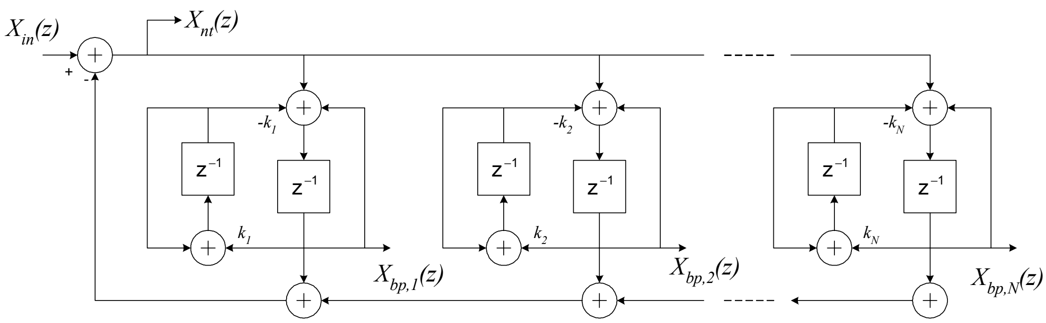


Figure III. 12 : Banc de filtres LDI classique.

Le banc est branché à la sortie du CAN et les N cellules biquadratiques sont accordées sur le fondamental et les harmoniques via le paramètre k_i. L'entrée du banc de filtres est notée par X_{in}, la sortie $X_{bp,i}$ correspond à la $i^{ème}$ sortie passe bande, et la sortie X_{nt} est associée au bruit. La fonction de transfert $H_{bp,i}$ de chaque sortie passe bande est donnée par :

$$H_{bp,i}(z)=\frac{H_i(z)}{1+\sum_{j=1,j\neq i}^{N}H_j(z)} \qquad (III - 33)$$

où

$$H_i(z) = \frac{z^{-1}\left(2 - k_i^2 - 2z^{-1}\right)}{1 - \left(2 - k_i^2\right)\, z^{-1} + z^{-2}} \qquad (III - 34)$$

La fréquence de résonance pour chaque sortie $f_{r,i}$ est calculée en sélectionnant le paramètre k_i tel que :

$$k_i = sin\left(2\pi \frac{f_{r,i}}{2F_h}\right) \qquad (III - 35)$$

où F_h est la fréquence d'échantillonnage. La figure III. 13 montre la réponse en fréquence de chaque sortie passe bande du banc de filtre.

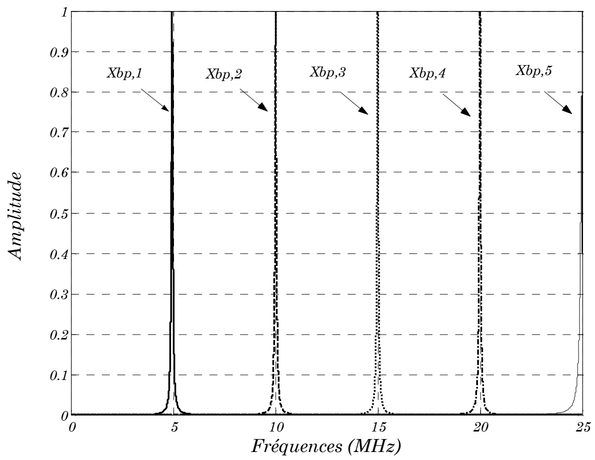


Figure III. 13 : Réponse en fréquences des passes bandes accordées sur 5 MHz, 10 MHz, 15 MHz, 20 MHz et 25 MHz, correspondant aux harmoniques du spectre.

III.3. Le banc de filtres proposé

Afin d'avoir plus de précision dans l'estimation des paramètres spectraux du CAN, nous proposons une nouvelle structure de banc qui permet de mieux estimer le *SNR* et la *THD* [Reba02-c]. La figure III. 14 illustre la structure proposée.

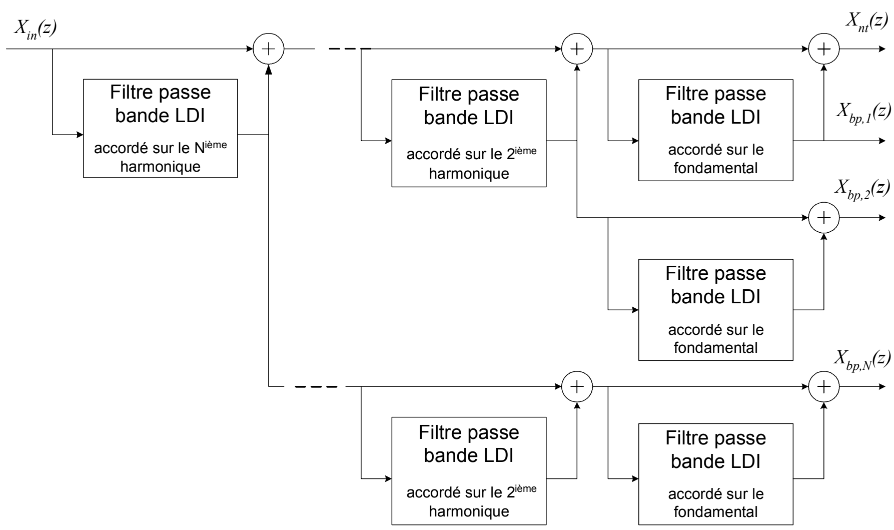


Figure III. 14 : le banc de filtres proposé.

Dans le cadre de nos travaux, nous ferons usage de filtres LDI pour réaliser les cellules biquadratiques (résonateurs) dont la structure est donnée dans la figure III. 6. On notera que chaque cellule possède ses propres paramètres pour fixer la fréquence de résonance et surtout la largeur de la bande passante. De plus, grâce à la structure du nouveau banc on aura chaque sortie passe bande dépourvue des autres composantes [Reba02-c]. Ce résultat est très intéressant lors de l'estimation des différents paramètres du CAN car il permet de meilleure estimation que banc de filtres classique de la figure III. 12. Dans le paragraphe IV.4, nous présenterons une comparaison entre ces deux bancs de filtres.

Les cellules employées ont des gains unitaires à la fréquence de résonance ainsi qu'une largeur de bande passante constante et contrôlable. Ceci donne plus de flexibilité et d'autonomie pour chaque cellule comparée à celle utilisée dans le banc de filtres classique. La figure III. 15 illustre la propriété essentielle de la nouvelle structure. En effet elle représente les sorties passe bande $X_{bp,i}$ correspondant aux raies harmoniques à 5 MHz, 10 MHz, 15 MHz et 20 MHz. On notera pour chaque raie harmonique les zéros de transmissions sur les autres harmoniques.

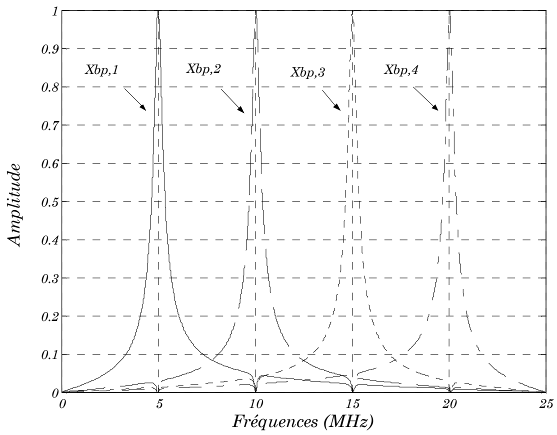


Figure III. 15 : Sortie passe bande $X_{bp,1}$ du Banc accordée sur 5 MHz.

Une fois les composantes spectrales séparées nous présentons les calculs nécessaires pour estimer les puissances de chaque composante spectrale.

III.4. Le calcul des paramètres

III.4.1. Calcul du SINAD

Notons par *y(m)* la séquence numérique issue du CAN. Cette séquence est appliquée à l'entrée du filtre coupe bande X_{in} de la figure III. 9. Les signaux $\tilde{s}$ et $\tilde{\eta}$ dénoteront respectivement les codes numériques qui émergent de la sortie passe bande X_{bp} et de la sortie coupe bande X_{nt}. La séquence filtrée $\tilde{s}$ est à moyenne nulle. La puissance du signal estimée $\hat{P}_s$ est calculée comme étant la variance de la séquence $\tilde{s}$; elle est donnée par :

$$\hat{P}_s = \hat{\sigma}_s^2 = \frac{1}{M-1}\sum_{m=1}^{M}\left(\tilde{s}(m)\right)^2 \qquad (III - 36)$$

où M est le nombre d'échantillons.

La séquence filtrée $\tilde{\eta}$ est à moyenne non nulle. Le bruit sera donc estimé en calculant la variance du signal qui émerge de la sortie X_{nt} comme suit :

$$\hat{P}_{\eta} = \hat{\sigma}_{\eta}^{2} = \frac{1}{M-1}\sum_{m=1}^{M}\left(\tilde{\eta}(m)\right)^{2} - \frac{\left(\sum_{m=1}^{M}\tilde{\eta}(m)\right)^{2}}{M(M-1)} \qquad (III - 37)$$

Ces deux puissances estimées peuvent être comparées aux limites prédéterminées pour donner la décision Go/NoGo. Si on est dans une configuration de test où nous voulons estimer le *SINAD*, alors il est donné par [Reba01]:

$$\widehat{SINAD}_{dB} = 10Log_{10}\left(\frac{\hat{\sigma}_{s}^{2}}{\hat{\sigma}_{\eta}^{2}}\right) = 10Log_{10}\left(\frac{\hat{P}_{s}}{\hat{P}_{\eta}}\right) \qquad (III - 38)$$

III.4.2. Calcul de SNR et THD

On considère maintenant que la séquence *y(m)* est appliquée au banc de filtres de la figure III. 14. Les signaux $\tilde{s}_i$ et $\tilde{\eta}$ dénoteront les codes numériques qui émergent de la $i^{ème}$ sortie passe bande $X_{bp,i}$ et de la sortie coupe bande X_{nt} du banc de filtres de la figure III. 14. La séquence $\tilde{s}_i$ est à moyenne nulle. De même, la puissance du signal estimée $\hat{P}_{s,i}$ peut être calculée comme étant la variance de la séquence $\tilde{s}_i$:

$$\hat{P}_{s,i} = \hat{\sigma}_{s,i}^{2} = \frac{1}{M-1}\sum_{m=1}^{M}\left(\tilde{s}_i(m)\right)^{2} \qquad (III - 39)$$

où M est le nombre d'échantillons.

De même, la séquence filtrée $\tilde{\eta}$ est à moyenne non nulle et sa puissance est estimée en calculant la variance du signal présent à la sortie X_{nt} comme suit :

$$\hat{P}_{\eta} = \hat{\sigma}_{\eta}^{2} = \frac{1}{M-1}\sum_{m=1}^{M}\left(\tilde{\eta}(m)\right)^{2} - \frac{\left(\sum_{m=1}^{M}\tilde{\eta}(m)\right)^{2}}{M(M-1)} \qquad (III - 40)$$

Les puissances estimées peuvent servir directement pour un test de type Go/NoGo. D'autre part, le *SNR* est calculé de la façon suivante [Reba02-c] :

$$\widehat{SNR}_{dB} = 10Log_{10}\left(\frac{\hat{\sigma}_{s,1}^{2} - \hat{\sigma}_{s,2}^{2} - \hat{\sigma}_{s,3}^{2} - \hat{\sigma}_{s,4}^{2} - \hat{\sigma}_{s,5}^{2}}{\hat{\sigma}_{\eta}^{2}}\right) = 10Log_{10}\left(\frac{\hat{P}_{s,1} - \hat{P}_{s,2} - \hat{P}_{s,3} - \hat{P}_{s,4} - \hat{P}_{s,5}}{\hat{P}_{\eta}}\right) \qquad (III - 41)$$

et la *THD* est donnée par [Reba02-c] :

$$\widehat{THD}_{dB} = 10Log_{10}\left(\frac{\hat{\sigma}_{s,2}^{2} + \hat{\sigma}_{s,3}^{2} + \hat{\sigma}_{s,4}^{2} + \hat{\sigma}_{s,5}^{2}}{\hat{\sigma}_{s,1}^{2}}\right) = 10Log_{10}\left(\frac{\hat{P}_{s,2} + \hat{P}_{s,3} + \hat{P}_{s,4} + \hat{P}_{s,5}}{\hat{P}_{s,1}}\right) \qquad (III - 42)$$

IV. Simulation de l'unité d'extraction

IV.1. Introduction

Dans ce paragraphe nous présentons les différentes simulations effectuées à l'aide de MATLAB et SIMULINK de l'unité d'extraction (filtre coupe bande et banc de filtres). Pour cela, nous utiliserons des mesures effectuées avec CANTEST du convertisseur analogique numérique 10 bits THS1060 de Texas Instrument. Afin de valider le bon fonctionnement de la méthode proposée, nous utiliserons les données issues d'un CAN réel (THS1060) pour comparer la précision du banc par rapport à la FFT. Il faut noter que le calcul des paramètres par FFT s'effectue en considérant les 15 premières harmoniques sous CANTEST. Cependant, nous avons considérer que les 5 premières harmoniques pour le banc du filtre. Ces résultats de simulations représentent une première approche de validation basée sur une algorithmique à point flottant. Dans le chapitre IV, nous aborderons l'aspect point fixe de la simulation du banc pour l'implantation dans un composant de type FPGA.

IV.2. Calcul de SINAD

Dans ce paragraphe nous allons présenter une étude comparative entre les deux méthodes de calcul du *SINAD*, à savoir par la FFT et par le filtre coupe bande. Pour cela, nous utilisons les données issues du CAN THS1060 pour estimer le *SINAD* par le filtre coupe bande que nous comparons avec le *SINAD* fourni par CANTEST.

Le convertisseur analogique numérique THS1060 à été testé sous CANTEST. Il présente un *SINAD* de 55.86 dB pour une fréquence d'entrée de 300 kHz échantillonnée à 30 MHz. La figure III. 16 montre le signal issu du convertisseur ainsi que son spectre. Dans la figure III. 17 on notera les paramètres spectraux calculés par FFT.

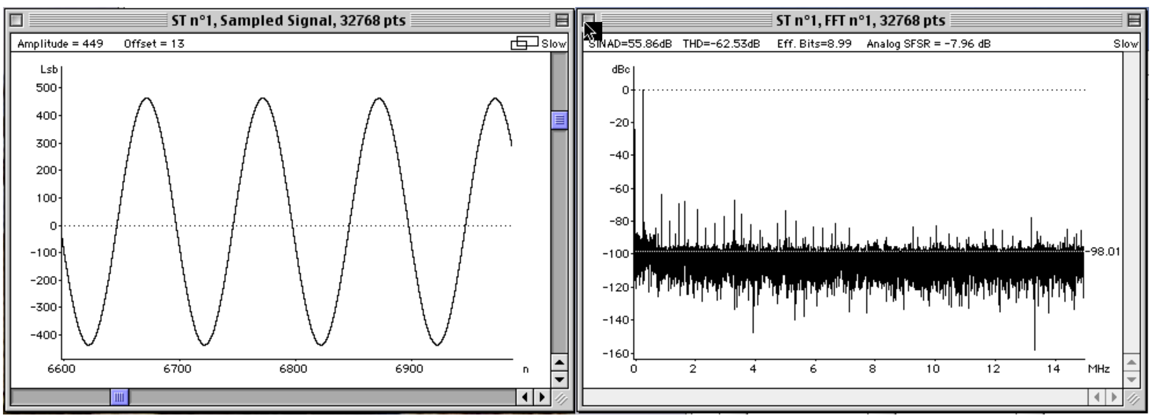


Figure III. 16 : Signal de sortie du CAN THS1060 et sa FFT.

ST n°1, FFT n°1 parameters

Frequencie	Values	dBc
fin	299.37744 KHz	0.00
2fin	598.75488 KHz	-101.86
3fin	898.13232 KHz	-63.65
4fin	1.19750977	-79.96
5fin	1.49688721	-69.37
6fin	1.79626465	-92.17
7fin	2.09564209	-73.18
8fin	2.39501953	-84.09
9fin	2.69439697	-81.20
10fin	2.99377441	-77.37
11fin	3.29315186	-85.99
12fin	3.5925293 MHz	-76.00
13fin	3.89190674	-82.37
14fin	4.19128418	-85.71

THD = -62.53 dB
SINAD = 55.86 dB
SFDR = -63.65 dBc
SNR = 56.92 dB
Eff. bits = 8.99
NB = 0.00
SFSR = -1.13 dB
Sample Frequency 30 MHz
Acq. of 32768
Type of ADC THS_1060

Figure III. 17 : Paramètres spectraux du CAN THS1060.

Pour estimer le *SINAD* des données issues du CAN THS1060, on récupère le signal échantillonné sous CANTEST dans fichier ASCII pour, ensuite, l'introduire sous SIMULINK à l'entrée du filtre coupe bande. La figure III. 18 montre le schéma de simulation du système. Dans ce cas, on teste le fonctionnement du filtre coupe bande avec des données réelles.

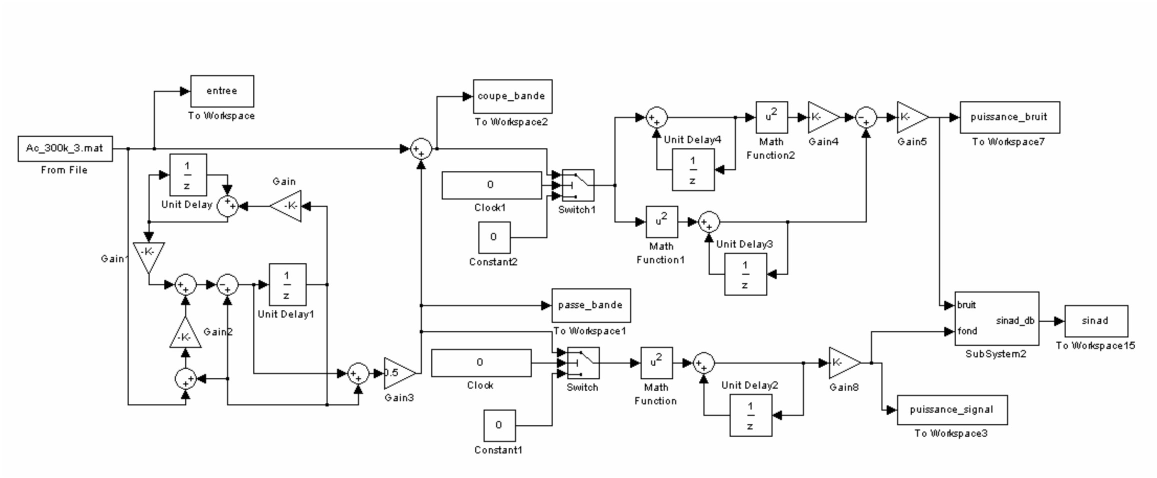


Figure III. 18 : Le schéma de simulation du filtre coupe bande auquel on applique les données issues du THS1060.

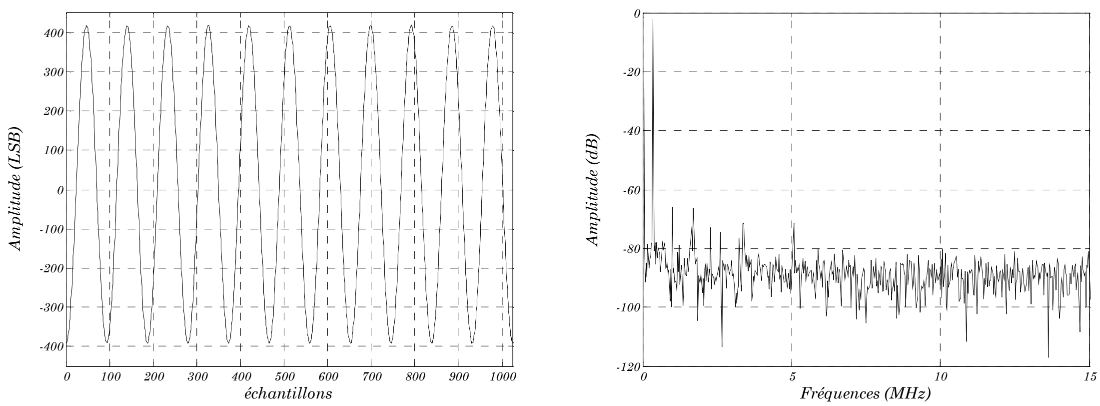


Figure III. 19 : Signal de sortie du CAN THS1060 et son spectre.

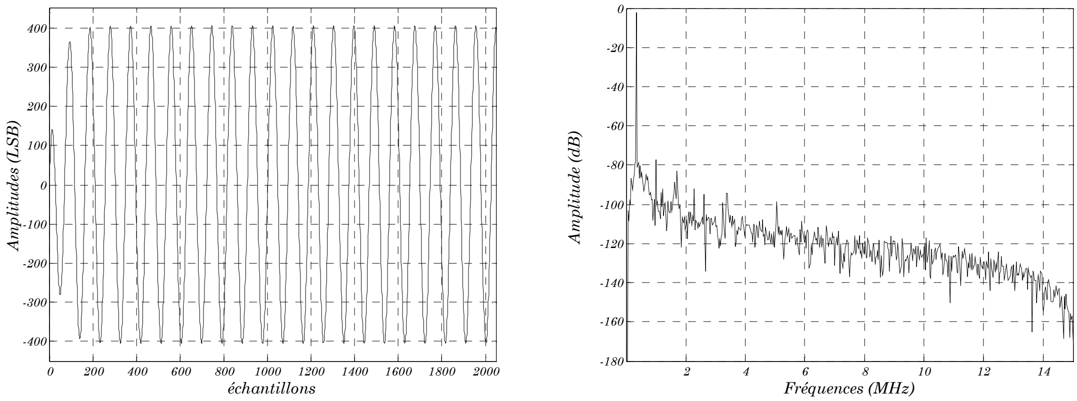


Figure III. 20 : Signal de la sortie passe bande X_{bp} du filtre et son spectre.

Dans la figure III. 20 on montre l'évolution temporelle du signal à la sortie passe bande X_{bp} ainsi que son spectre, tandis qu'on présente la sortie coupe bande X_{nt} et son spectre dans la figure III. 21. La figure III. 22 représente l'évolution temporelle du paramètre *SINAD*. A la fin du traitement l'estimation du *SINAD* est de 55.35 dB. Dans le tableau III. 1 sont récapitulés les résultats obtenus par FFT et filtrage.

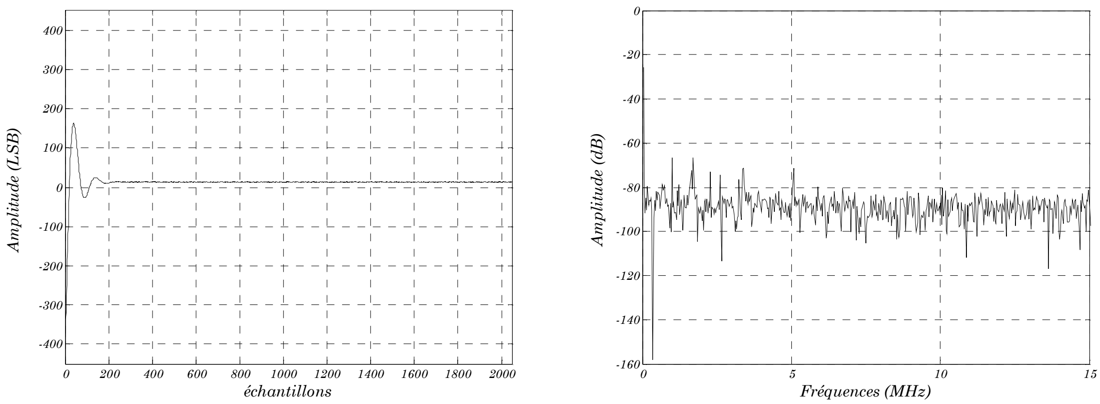


Figure III. 21 : Signal de la sortie coupe bande du filtre (bruit) et son spectre.

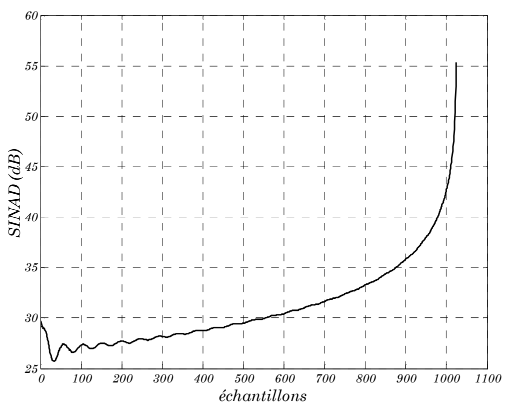


Figure III. 22 : Courbe temporelle du SINAD.

	FFT (CANTEST)	Filtre	Erreur (dB)	Erreur (%)
SINAD	55.86 dB	55.35 dB	0.51 dB	0.91 %

Tableau III. 1 : Comparaison entre les deux méthodes de calcul de SINAD (FFT, filtrage numérique) en utilisant un CAN réel.

IV.3. Calcul de SNR et de THD

Dans ce paragraphe nous présentons une étude comparative entre les deux méthodes de calcul du *SNR* et de la *THD*, à savoir par la FFT et par le banc de filtres. Pour cela, nous continuons à comparer la mesure d'un CAN réel sur CANTEST et le calcul sur MATLAB par banc de filtres.

Le CAN THS1060, testé sous CANTEST, présente un *SNR* de 59.64 dB et une *THD* de –63.90 dB pour une fréquence d'entrée de 5 MHz échantillonnée à 50 MHz. La figure III. 23 représente le signal issus du CAN ainsi que son spectre. La figure III. 24 donne les paramètres spectraux mesurés sur CANTEST.

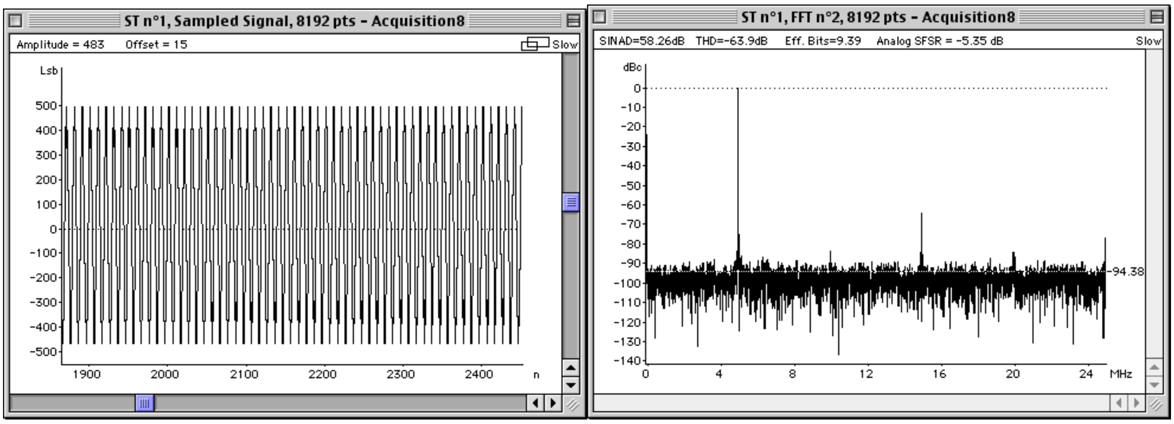
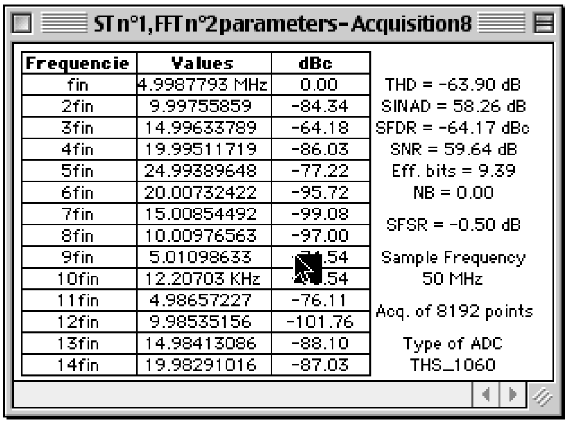


Figure III. 23 : Signal de sortie du CAN THS1060 et son spectre.



Frequencie	Values	dBc
fin	4.9987793 MHz	0.00
2fin	9.99755859	-84.34
3fin	14.99633789	-64.18
4fin	19.99511719	-86.03
5fin	24.99389648	-77.22
6fin	20.00732422	-95.72
7fin	15.00854492	-99.08
8fin	10.00976563	-97.00
9fin	5.01098633	[illegible].54
10fin	12.20703 KHz	[illegible].54
11fin	4.98657227	-76.11
12fin	9.98535156	-101.76
13fin	14.98413086	-88.10
14fin	19.98291016	-87.03

Figure III. 24 : Paramètres spectraux du signal de sortie du CAN THS1060.

Pour calculer le *SNR* et la *THD* à partir des données issues du CAN THS1060, on récupère le signal échantillonné sous CANTEST dans fichier ASCII et on l'introduit sous SIMULINK à l'entrée du filtre coupe bande, figure III. 25.

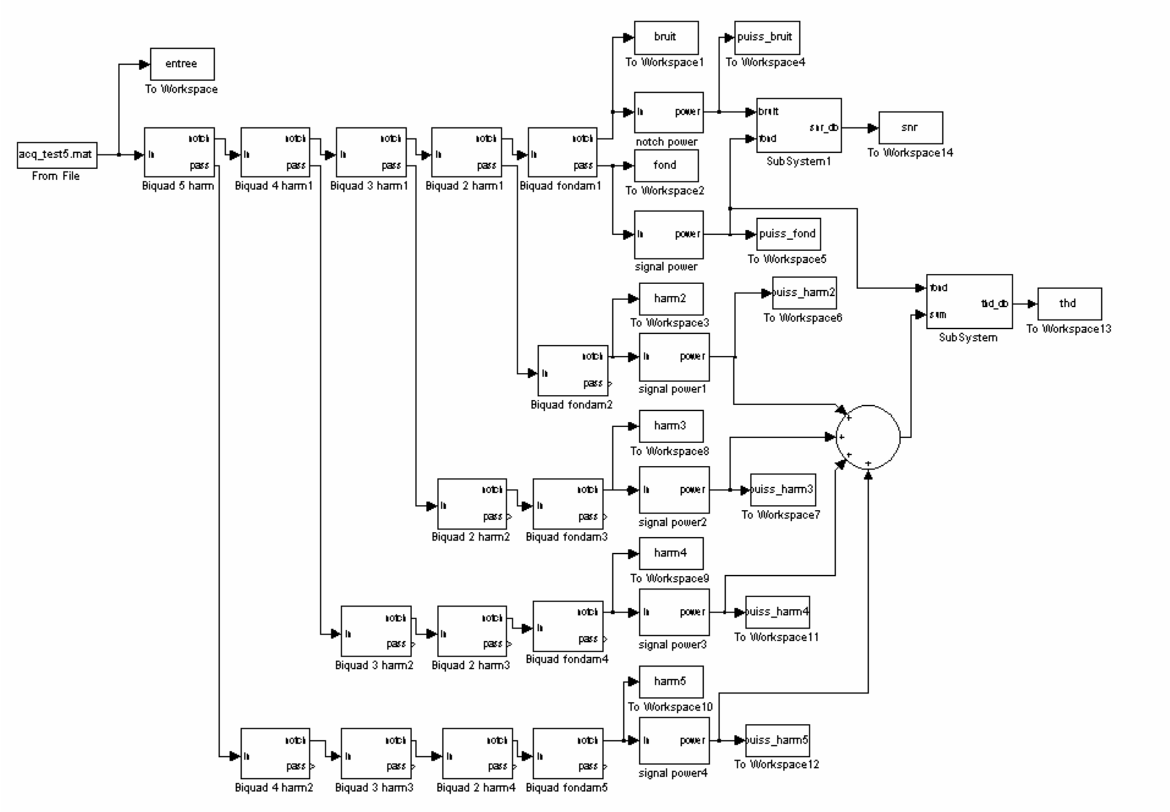


Figure III. 25 : Le schéma de simulation du banc de filtre ayant les données issues du THS1060 comme entrée.

La figure III. 26 donne le signal à l'entrée du banc de filtre ainsi que son spectre. Pour bien illustrer le fonctionnement du banc, on montre dans la figure III. 27 la sortie X_{nt} du banc ainsi que son spectre. Par contre, dans la figure III. 28 on présente la sortie passe bande $X_{bp,1}$ correspondant au fondamental. On notera la présence des zéros de transmission aux fréquences correspondant aux harmoniques (10MHz, 15MHz, 20 MHz et 25 MHz). Les figures III. 29 à III. 32 représentent respectivement le spectre des signaux issus des sorties $X_{bp,2}$, $X_{bp,3}$, $X_{bp,4}$, et $X_{bp,5}$ du banc de filtres correspondant respectivement aux 2ème, 3ème, 4ème, et 5ème harmoniques.

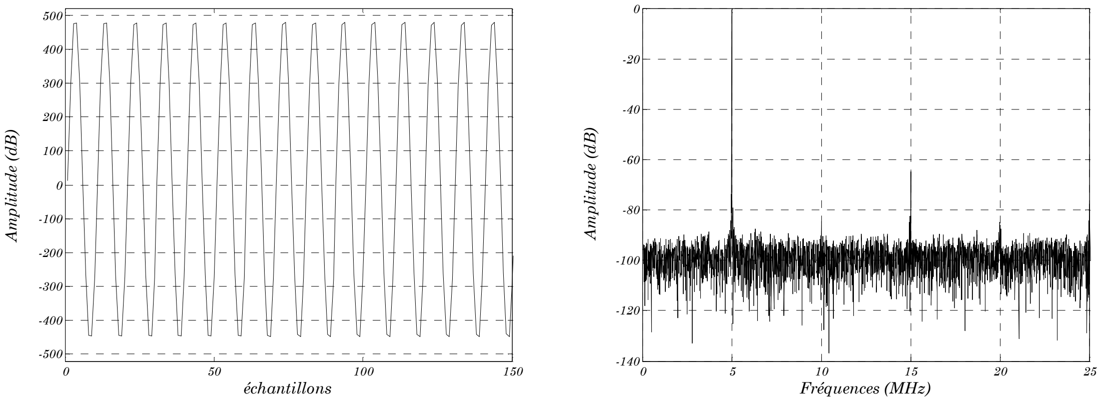


Figure III. 26 : Signal de sortie du CAN THS1060 et son spectre.

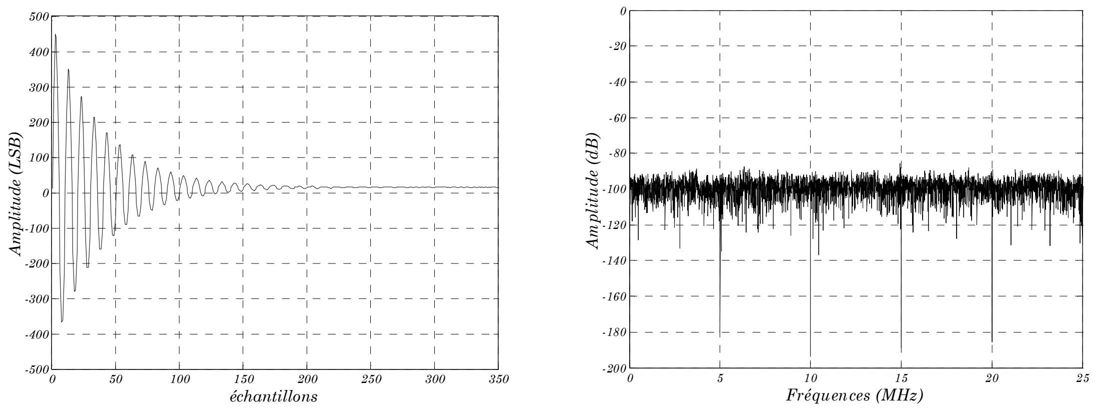


Figure III. 27 : Signal de la sortie X_{nt} du banc du filtre (bruit).

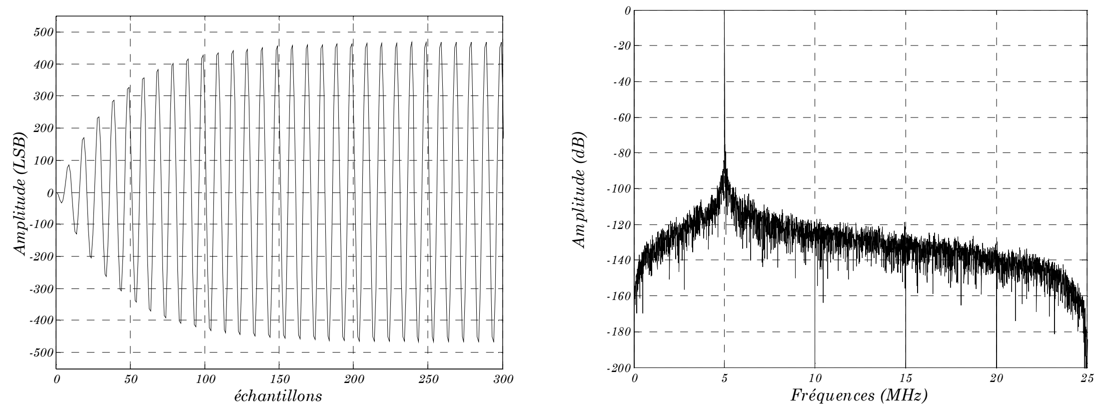


Figure III. 28 : Signal de la sortie passe bande $X_{bp,1}$ accordé sur le fondamentale et son spectre.

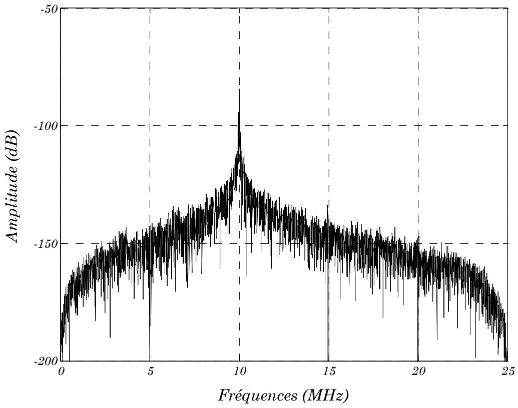


Figure III. 29 : Spectre de la sortie passe bande $X_{bp,2}$ accordée sur le 2ième harmonique.

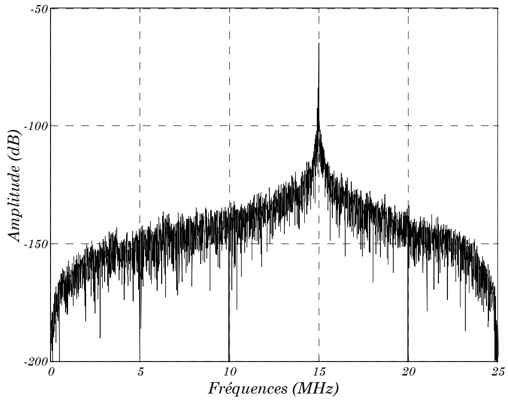


Figure III. 30 : Spectre de la sortie passe bande $X_{bp,3}$ accordée sur le 3ième harmonique.

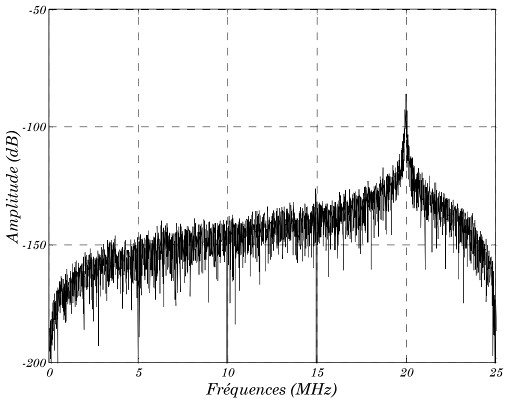


Figure III. 31 : Spectre de la sortie passe bande $X_{bp,4}$ accordé sur le 4ième harmonique.

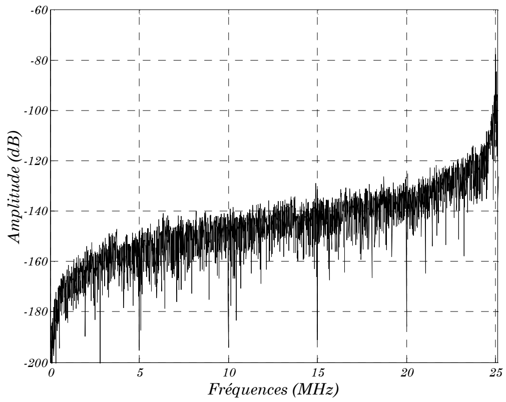


Figure III. 32 : Spectre de la sortie passe bande $X_{bp,5}$ accordé sur le 5ième harmonique

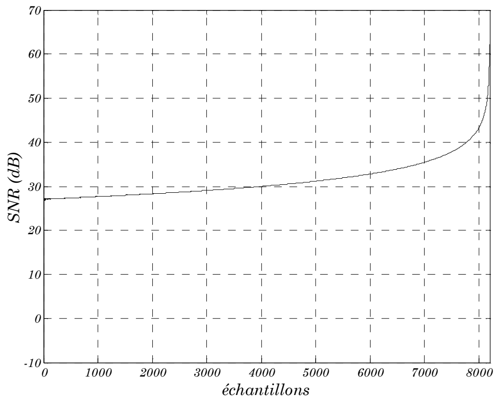


Figure III. 33 : Courbe d'évolution temporelle du SNR.

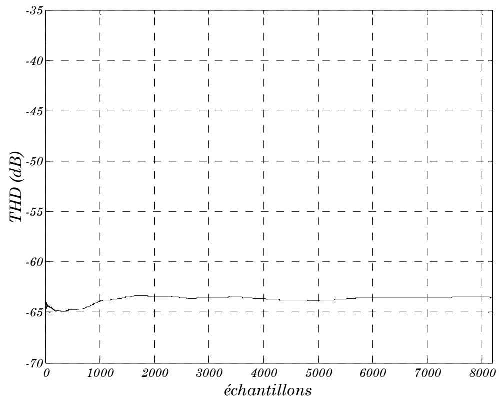


Figure III. 34 : Courbe d'evolution temporelle de la THD.

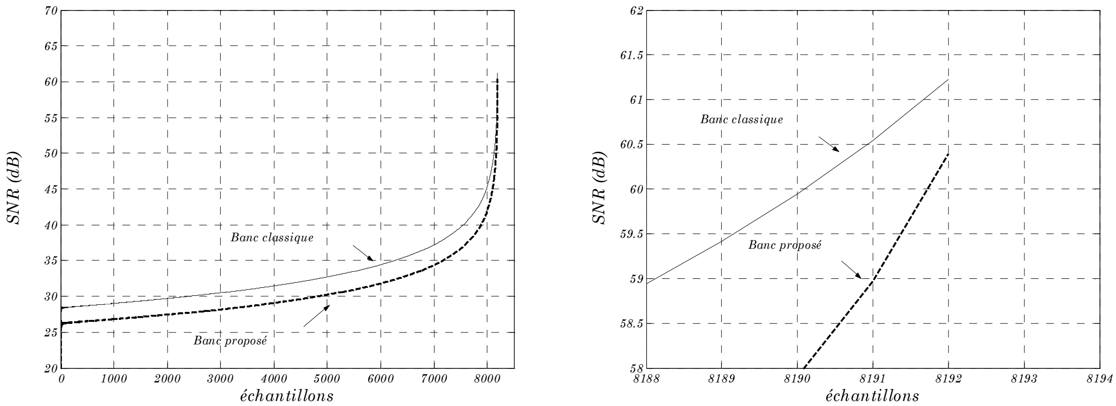
Les figures III. 33 et III. 34 représentent respectivement l'évolution des paramètres spectraux *SNR* et *THD*. A la fin du traitement le *SNR* est de 60.39 dB et la *THD* est de -63.52 dB. Le tableau III. 2 récapitule les résultats obtenus. On notera que les valeurs estimées du SNR et de la THD par le banc sont très proches de celle calculée par FFT.

	FFT (CANTEST)	Banc de filtres	Erreur (dB)	Erreur (%)
SNR	59.64 dB	60.39 dB	0.75 dB	1.25 %
THD	-63.90 dB	-63.52 dB	0.38 dB	0.59 %

Tableau III. 2 : Comparaison entre les deux méthodes de calcul de SNR et de THD (FFT, filtrage numérique) en utilisant un CAN réel (THS1060).

IV.4. Comparaison entre le banc classique et le banc proposé

Dans ce paragraphe nous allons comparer les résultats de simulations obtenus avec la structure du banc de filtres proposée par rapport à la structure du banc de filtres classique. Les figures III. 35, III. 36 et III. 37 montrent l'évolution du paramètre *SNR*, *THD* et *SINAD* pour les deux structures du banc de filtre : structure classique et structure proposée.



(a) (b)

Figure III. 35 : évolution du paramètre SNR pour la structure classique et la structure proposée (a), et ses valeurs à la fin du traitement (b).

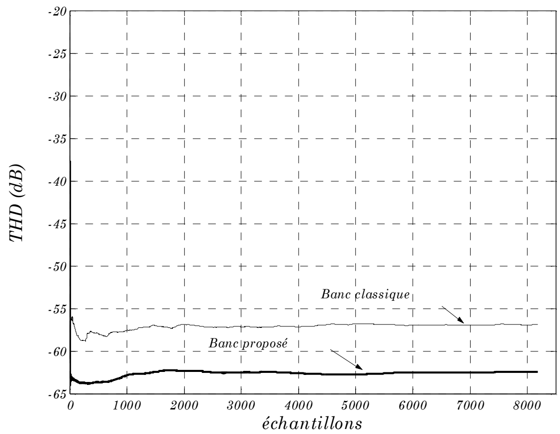
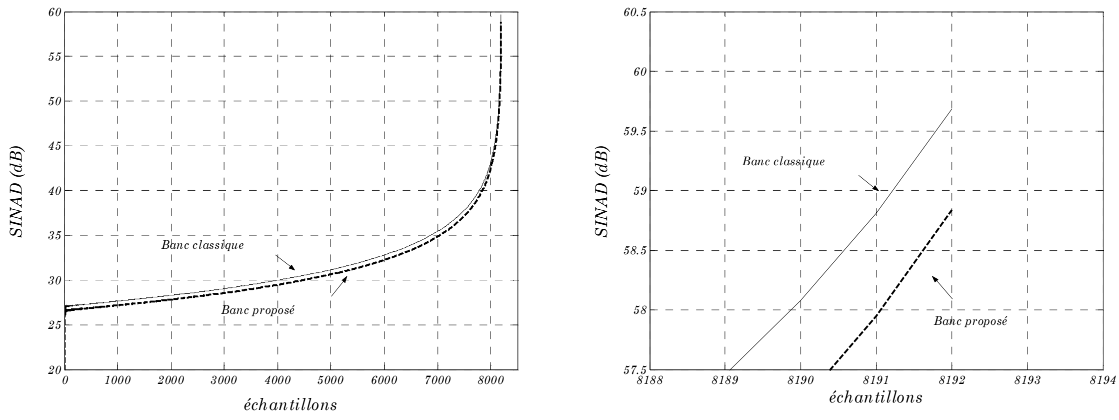


Figure III. 36 : évolution du paramètre THD pour la structure classique et la structure proposée.



(a) *(b)*

Figure III. 37 : évolution du paramètre SINAD pour la structure classique et la structure proposée (a), et ses valeurs à la fin du traitement (b).

	FFT	Banc de filtres classique	Banc de filtres proposé
SNR	59.64 dB	61.22 dB	60.39 dB
THD	-63.90 dB	-56.87 dB	-63.52 dB
SINAD	58.26 dB	59.68 dB	58.83 dB

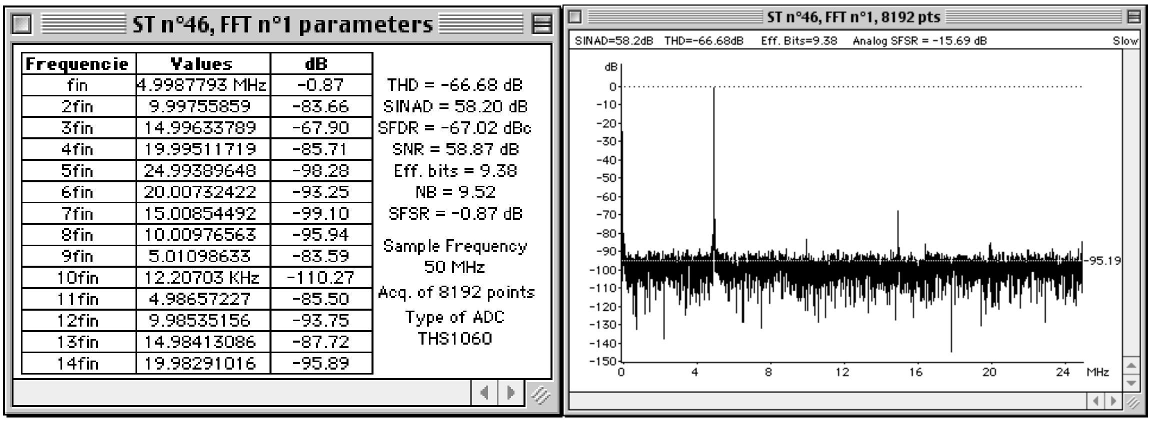
Tableau III. 3 : Comparaison entre les deux structure du Banc de filtre pour le calcul des paramétres dynamique du CAN en utilisant les données issues d'un CAN réel (THS1060).

Les résultats montrent bien que la précision de la structure proposée est meilleure que celle du banc classique. En effet, vu la présence des zéros de transmissions sur les harmoniques, le calcul de la puissance de chaque raie spectrale est plus précis [Reba02-d]. Ce qui nous permet d'avoir une estimation des paramètres spectraux plus proche du calcul par FFT.

IV.5. La cohérence

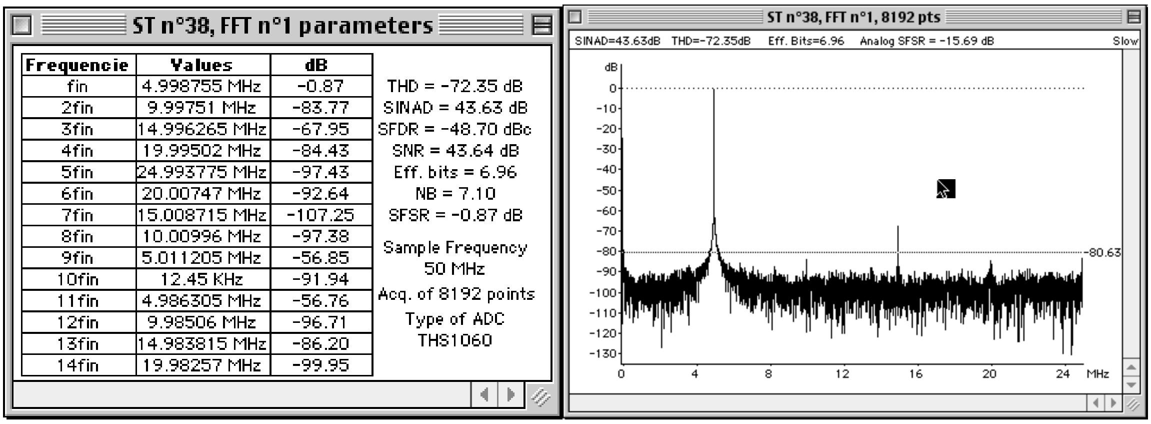
Comme on l'a vu dans le premier chapitre, le choix de la fréquence d'horloge et celle de l'entrée doit être très précis dans le cadre du test classique. Pour évaluer les performances du CAN, il est préférable de maximiser le nombre des entrées échantillonnées ayant des phases distinctes et, si possible, obtenir au moins un échantillon représentatif de chaque code du CAN. Pour que l'analyse par FFT ait un sens, il faut que l'acquisition se fasse en fréquences cohérentes afin que la puissance de chaque composante spectrale se trouve sur une seule raie du spectre. Ceci permet d'avoir un calcul précis des différents paramètres spectraux. Dans la figure III. 38, on montre une acquisition en fréquences cohérentes du CAN THS1060.

Lorsque la relation de cohérence n'est pas satisfaite, le phénomène du « leakage » apparaît dans le spectre, figure III. 39. La puissance de chaque composante spectrale n'est plus sur une seule raie mais dispersée sur plusieurs raies spectrales, ce qui va induire des erreurs dans le calcul des paramètres spectraux du CAN, figure III. 39.



Frequencie	Values	dB
fin	4.9987793 MHz	-0.87
2fin	9.99755859	-83.66
3fin	14.99633789	-67.90
4fin	19.99511719	-85.71
5fin	24.99389648	-98.28
6fin	20.00732422	-93.25
7fin	15.00854492	-99.10
8fin	10.00976563	-95.94
9fin	5.01098633	-83.59
10fin	12.20703 KHz	-110.27
11fin	4.98657227	-85.50
12fin	9.98535156	-93.75
13fin	14.98413086	-87.72
14fin	19.98291016	-95.89

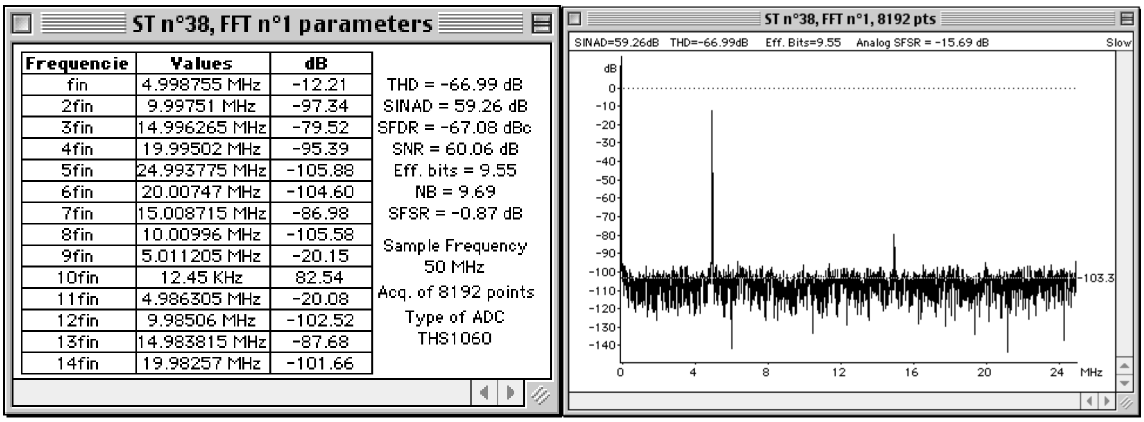
Figure III. 38 : Acquisition en fréquences cohérentes.



Frequencie	Values	dB
fin	4.998755 MHz	-0.87
2fin	9.99751 MHz	-83.77
3fin	14.996265 MHz	-67.95
4fin	19.99502 MHz	-84.43
5fin	24.993775 MHz	-97.43
6fin	20.00747 MHz	-92.64
7fin	15.008715 MHz	-107.25
8fin	10.00996 MHz	-97.38
9fin	5.011205 MHz	-56.85
10fin	12.45 KHz	-91.94
11fin	4.986305 MHz	-56.76
12fin	9.98506 MHz	-96.71
13fin	14.983815 MHz	-86.20
14fin	19.98257 MHz	-99.95

Figure III. 39 : Acquisition en fréquences non-cohérentes.

C'est pour quoi on utilise des fenêtres qui permettent de resserrer l'énergie de chaque composante spectrale sur une seule raie. Cependant, l'emploie de la méthode de fenêtrage dépend de type de la fenêtre (atténuation, largeur du lobe central) [Nutt81]. Dans la figure III. 40 on présente le même spectre mais avec fenêtrage.



Frequencie	Values	dB
fin	4.998755 MHz	-12.21
2fin	9.99751 MHz	-97.34
3fin	14.996265 MHz	-79.52
4fin	19.99502 MHz	-95.39
5fin	24.993775 MHz	-105.88
6fin	20.00747 MHz	-104.60
7fin	15.008715 MHz	-86.98
8fin	10.00996 MHz	-105.58
9fin	5.011205 MHz	-20.15
10fin	12.45 KHz	82.54
11fin	4.986305 MHz	-20.08
12fin	9.98506 MHz	-102.52
13fin	14.983815 MHz	-87.68
14fin	19.98257 MHz	-101.66

Figure III. 40 : Acquisition en fréquences non-cohérentes avec fenêtrage.

Pour évaluer l'influence de la cohérence sur l'estimation des paramètres spectraux par la méthode du filtrage numérique, nous avons simulé le banc de filtres avec le fichier d'acquisition en non cohérent.

	FFT (Cohérent)	FFT (non-cohérent)	FFT (non-cohérent + fenêtrage)	Banc de filtres
SINAD	58.20 dB	43.63 dB	59.26 dB	57.96 dB
SNR	58.87 dB	43.64 dB	60.06 dB	58.52 dB
THD	-66.68 dB	-72.35 dB	-66.99 dB	-65.37 dB

Tableau III. 4 : Effet de la cohérence sur le calcul des paramètres spectraux.

Même si la condition de cohérence n'est pas satisfaite, l'estimation des paramètres spectraux par le banc de filtres donne de très bons résultats, Tableau III. 4. La méthode du filtrage numérique est donc plus robuste que la FFT pour la cohérence [Reba02-d]. Ces résultats nous confortent dans l'objectif d'implantation de ce banc de filtres.

V. Précision de la mesure

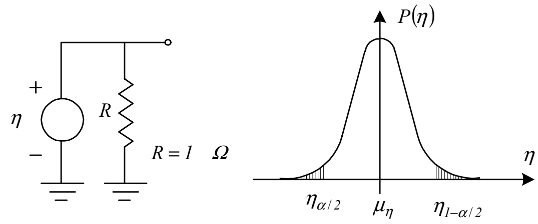
Dans ce paragraphe, nous aborderons l'aspect aléatoire du traitement. En effet, à chaque fois qu'on répète les acquisitions, les valeurs des paramètres spectraux changent pour les mêmes amplitudes et fréquences du signal d'entrée et d'horloge. Ceci est du à l'aspect aléatoire du signal issu du CAN causé par la présence du bruit de quantification. La finalité de l'étude est de répondre à la question suivante : est ce que cet aspect aléatoire affecte la précision de l'estimation de la puissance d'une raie harmonique par notre unité d'extraction ?

Tout d'abord, nous allons commencer par la mesure du bruit gaussien blanc en estimant sa moyenne et sa variance. Ensuite, nous allons définir l'intervalle de confiance pour le calcul de la puissance du bruit. Puis, nous analysons les résultats de l'exécution d'une FFT sur un bruit gaussien. Ce qui nous permet de mettre en œuvre l'effet du bruit gaussien blanc sur la FFT d'une sinusoïde en présence de ce bruit.

Dans une seconde étape, l'effet du bruit gaussien sur les mesures des puissances des raies (fondamental et harmoniques) effectuées par le banc de filtres sera également quantifié. Les intervalles de confiance pour les résultats de mesure des puissances pour chaque type de test (FFT et filtrage) seront donnés et comparés.

V.1. Mesure d'un bruit gaussien blanc

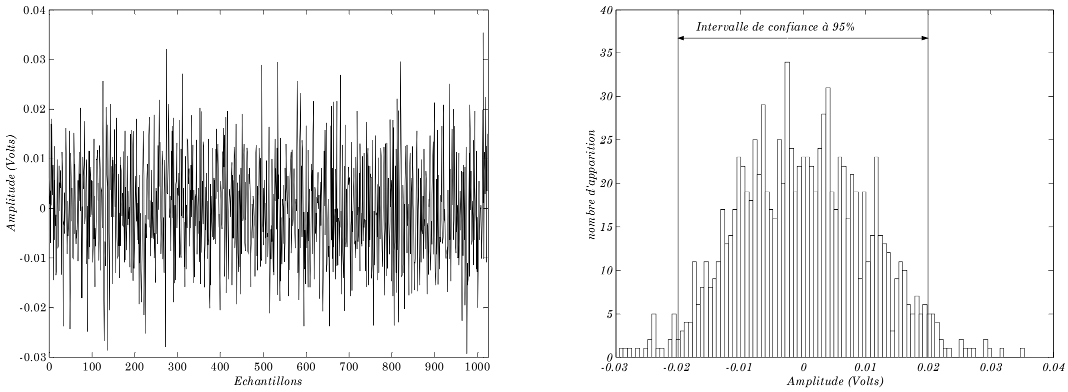
En général, la mesure du bruit à la sortie d'un circuit électronique nous permet de déterminer l'intervalle de confiance du paramètre mesuré. Considérons l'exemple montré à la figure III. 41. Il s'agit d'une source de tension qui délivre un bruit η sur une résistance de 1 Ω.



(a) (b)

Figure III. 41 : (a) Générateur de tension aléatoire η, distribution gaussienne d'un bruit de moyenne μ_η et d'écart type σ_η .

Nous considérons que le bruit est blanc, gaussien et stationnaire. Tous les échantillons du bruit sont donc indépendants et distribués selon une loi normale, figure III. 42. Puis que le bruit électronique est un processus aléatoire, sa valeur instantanée ne peut pas être prédite.



(a) *(b)*

Figure III. 42 : (a) Bruit blanc gaussien de moyenne nulle et d'écart type $\sigma_\eta = 10^{-2}$ Volts. (b) Histogramme de ce bruit.

Pour le cas illustré dans la figure III. 41, le bruit présente une moyenne μ_η nulle et un écart type $\sigma_\eta = 10^{-2}$ Volts. Dire que le bruit est blanc, c'est dire que les échantillons sont statistiquement indépendants. On ne peut pas prédire la valeur exacte du bruit pour un instant donné. Cependant, il est possible de déterminer l'intervalle de confiance dans lequel le bruit se trouvera si on connaît la moyenne μ_η, l'écart type σ_η et la densité de probabilité du bruit η. D'après les théorie statistiques [Papo94], 95% des échantillons d'un bruit gaussien η se trouveront approximativement à $\pm 2\sigma_\eta$ de la moyenne μ_η. Pour l'exemple de la figure III. 41, l'intervalle de confiance à 95% est donnée par :

$$-2\times 10^{-2} \le \eta \le 2\times 10^{-2} \qquad \text{(III - 43)}$$

En général, nous rencontrons des bruits pour les quels on ne connaît pas la moyenne μ_η ni l'écart type σ_η. Les théories statistiques [Papo94] nous fournissent des techniques qu'on peut appliquer aux échantillons du bruit pour obtenir une estimation de la moyenne $\hat{\mu}_\eta$ et de l'écart type $\hat{\sigma}_\eta$. L'estimateur de la moyenne est donné par :

$$\hat{\mu}_\eta = \overline{\eta} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M}\eta(i) \qquad \text{(III - 44)}$$

L'opération d'estimation est elle même une opération aléatoire puisque les échantillons η obéi à un processus aléatoire. Si on considère M échantillons, l'intervalle de confiance à $100(1-\alpha)\%$ de la moyenne μ_η est donnée par :

$$\hat{\mu}_\eta - z_{\alpha/2}\frac{\sigma_\eta}{\sqrt{M}} \le \mu_\eta \le \hat{\mu}_\eta + z_{\alpha/2}\frac{\sigma_\eta}{\sqrt{M}} \qquad \text{(III - 45)}$$

où $z_{\alpha/2}$ représente la loi normale centrée.

On voit bien que cet intervalle de confiance dépend de l'écart type du bruit. De la même façon, nous estimons la valeur de la variance du bruit σ_η^2 par :

$$\hat{\sigma}_\eta^2 = \frac{1}{M-1}\sum_{i=1}^{M}\left(\eta(i)-\mu_\eta\right)^2 \qquad (III - 46)$$

Si on considère M échantillons, l'intervalle de confiance à $100(1-\alpha)\%$ de la variance σ_η^2 est donnée par

$$\frac{(M-1)\hat{\sigma}_\eta^2}{\chi_{\alpha/2}^2} \le \sigma_\eta^2 \le \frac{(M-1)\hat{\sigma}_\eta^2}{\chi_{1-\alpha/2}^2} \qquad (III - 47)$$

où χ^2 représente la loi chi-deux à $M-1$ degré de liberté.

V.2. Effet du bruit la mesure spectrale des signaux par FTT

Après avoir estimer dans le paragraphe précédant la moyenne et la variance du bruit gaussien, nous déterminons l'effet de ce bruit quand des mesures spectrales sont réalisées. Dans un premier temps, nous analysons les raies de la FFT d'un bruit gaussien et nous déterminons la densité de probabilité de chaque composante de la FFT. Enfin, nous quantifions l'effet du bruit gaussien sur le calcule de la FFT d'une sinusoïde en déterminant la forme de la densité de probabilité des raies de la FFT du signal.

V.2.1. Densité de probabilité de la FFT d'un bruit gaussien

Soit une séquence de M échantillons d'un bruit gaussien η. Considérons que ce bruit est à moyenne nulle, les échantillons sont indépendant et distribués avec un écart type σ_η. Soit $N(k)$ la FFT du bruit η donnée par :

$$N(k) = \sum_{i=0}^{M-1}\eta(i)e^{-j\frac{2\pi}{M}ki} \text{ , } k=0,\ 1,\ ....,\ M-1 \qquad (III - 48)$$

En développant l'expression de $N(k)$, on obtient :

$$\begin{aligned} N(k) &= Re[N(k)] + j\,Im[N(k)] \\ &= \sum_{i=0}^{M-1}\eta(i)\left(cos(2\pi ik/M) - j\,sin(2\pi ik/M)\right) \\ &= \sum_{i=0}^{M-1}\eta(i)cos(2\pi ik/M) - j\sum_{i=0}^{M-1}\eta(i)sin(2\pi ik/M) \end{aligned} \qquad (III - 49)$$

Notons que la partie réelle et imaginaire de $N(k)$ sont des combinaisons linéaires de variables aléatoires gaussiennes. Ceci implique que la partie réelle et imaginaire sont aussi gaussiennes. En effet, d'après le théorème de la limite centrale [Papo94], la somme de variables aléatoires approche une distribution gaussienne dés qu'il s'agit d'une somme de plus de 30 échantillons. La moyenne de la partie réelle et imaginaire de $N(k)$ est donnée par :

$$E\{Re[N(k)]\} = \sum_{i=0}^{M-1}E\{\eta(i)cos(2\pi ik/M)\} = 0 \qquad (III - 50)$$

$$E\{Im[N(k)]\} = -\sum_{i=0}^{M-1} E\{\eta(i) sin(2\pi ik/M)\} = 0 \qquad (III - 51)$$

où $E\{x\}$ est la moyenne de la variable aléatoire x.

Les moyennes de la partie réelle et la partie imaginaire de $N(k)$ sont nulle puisque le bruit gaussien η est à moyenne nulle. Cependant la variance de la partie réelle et imaginaire sont donnée par :

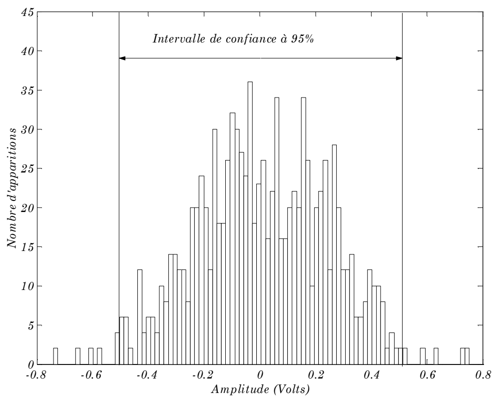
$$\begin{aligned} v\{Re[N(k)]\} &= \sum_{i=0}^{M-1} v\{\eta(i) cos(2\pi ik/M)\} \\ &= \sigma_\eta^2 \sum_{i=0}^{M-1} cos^2(2\pi ik/M) \\ &= \sigma_\eta^2 M/2 \end{aligned} \qquad (III - 52)$$

et

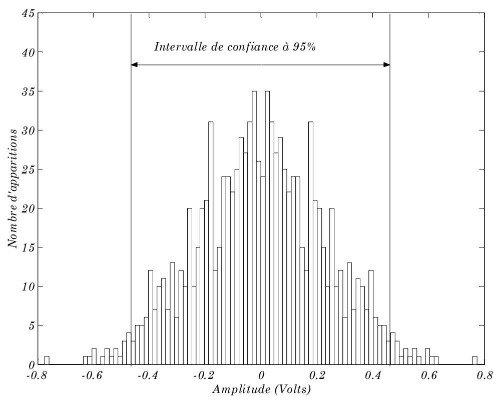
$$\begin{aligned} v\{Im[N(k)]\} &= -\sum_{i=0}^{M-1} v\{\eta(i) sin(2\pi ik/M)\} \\ &= \sigma_\eta^2 \sum_{i=0}^{M-1} sin^2(2\pi ik/M) \\ &= \sigma_\eta^2 M/2 \end{aligned} \qquad (III - 53)$$

où $v\{x\}=E\{x^2-(E\{x\})^2\}$ est la variance de la variable aléatoire x.

Nous disposons maintenant d'une description complète de la densité de probabilité de la partie réelle et imaginaire. Reprenons l'exemple de la figure III. 41 en supposons que le bruit η est gaussien de moyenne nulle ayant un écart type σ_η = 10^{-2} Volts. Les lignes verticales de la figure III. 43 montrent l'intervalle de confiance à 95% ($\pm 2\sigma_\eta \sqrt{M/2}$) de la partie réelle et imaginaire de la FFT du bruit η. On voit bien qu'il s'agit d'une distribution gaussienne.



(a)



(b)

Figure III. 43 : (a) Histogramme de la partie réelle de la FFT d'un bruit gaussien, (b) Histogramme de la partie imaginaire de la FFT d'un bruit gaussien.

V.2.2. Densité de probabilité de la puissance du bruit dans les raies spectrales

Dans le paragraphe précèdent, nous avons développé la densité de probabilité des parties réelle et imaginaire des raies spectrales de la FFT d'un bruit blanc gaussien. Dans ce paragraphe on se propose de déterminer la densité de probabilité de la puissance du bruit dans chaque raie de la FFT. Cette distribution va être utilisée ultérieurement pour prédire le niveau de bruit qui se trouve sur la même raie que le signal à mesurer. La puissance du bruit est calculée comme la somme quadratique des parties réelle et imaginaires. Notons N_k^2 la variable aléatoire suivante :

$$N_k^2 = [Re(N(k))]^2 + [Im(N(k))]^2 \quad pour\ k=0,\ 1,\ \ldots,\ M\text{-}1 \qquad (III - 54)$$

où $N(k)$ est la FFT du bruit blanc η.

Puis que le bruit η est gaussien, la distribution de $Im(N(k))$ et $Re(N(k))$, qui sont des combinaisons linéaires de η, suivent les lois gaussiennes décrites dans le paragraphe précèdent. Cependant, N_k^2 est une somme quadratique de deux variables gaussiennes ($Im(N(k))$ et $Re(N(k))$) de moyenne nulle et ayant la même variance. C'est pourquoi la distribution de N_k^2 suit une loi χ^2 à deux degré de liberté [Kay93] [Proa83]. La densité de probabilité de N_k^2 s'écrit alors :

$$p\left(N_k^2\right) = \frac{1}{2\sigma_N^2} e^{-N_k^2 / 2\sigma_N^2} \qquad (III - 55)$$

Où $\sigma_N^2 = \sigma_\eta^2 M / 2$ est la variance de la partie réelle et imaginaire de n'importe quelle raie de $N(k)$.

La moyenne $\mu_{N_k^2}$ de chaque raie de N_k^2 s'écrit alors :

$$\mu_{N_k^2} = 2\sigma_N^2 = \sigma_\eta^2 M \qquad (III - 56)$$

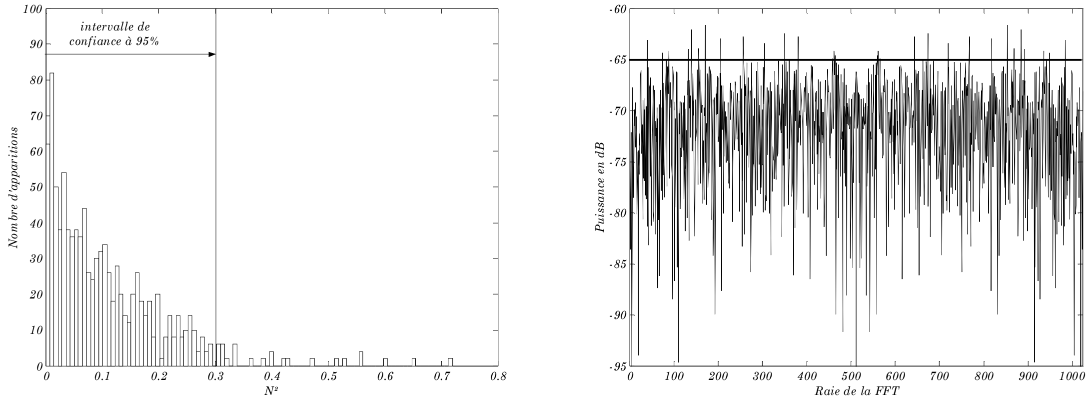
L'intervalle de confiance à $100(1\text{-}\alpha)\%$ de la distribution de N_k^2 est donné par :

$$0 \le N_k^2 \le log(1/\alpha)\mu_{N_k^2} \qquad (III - 57)$$

Si on connaît la puissance du bruit η, la détermination de la moyenne et de l'intervalle de confiance de N_k^2 devient facile. Cependant nous ne disposons pas de la valeur de la puissance du bruit η, mais d'une estimation $\hat{\sigma}_\eta$. Plutôt que de compliquer les calculs, on considère une estimation de $\hat{\mu}_{N_k^2}$ donnée par :

$$\hat{\mu}_{N_k^2} = \hat{\sigma}_\eta^2 M \qquad (III - 58)$$

Reprenons l'exemple de la figure III. 41 en supposons que le bruit η est gaussien de moyenne nulle ayant un écart type σ_η = 10^{-2} Volts. L'acquisition est réalisée sur $M=1024$ échantillons du processus de mesure. Les valeurs de N_k^2 sont calculées d'après l'équation *(III - 54)* et sa distribution exponentielle est montrée à travers l'histogramme de la figure III. 44. La moyenne est $\mu_{N_k^2} = \sigma_\eta^2 M = 1024 \times 10^{-4}$ et 95% des échantillons se trouvent dans l'intervalle $0 \le N_k^2 \le 0.3068$.



(a) (b)

Figure III. 44 : (a) Histogramme de N_k^2, (b) Puissance du bruit gaussien.

La variable aléatoire N_k^2 est liée à la densité spectrale de puissance du signal bruit η, soit $S(k)$. Elle est donnée par :

$$S(k) = \frac{[Re(N(k))]^2 + [Im(N(k))]^2}{M^2 R} = \frac{N_k^2}{M^2 R} \qquad (III - 59)$$

où M est le nombre de point de la FFT et R la résistance de charge de la figure III. 41.

L'unité de $S(k)$ est le Watt/raie. Afin de normaliser en Watt/Hz, on multiplie l'expression *(IV – 59)* par M/F_h.

Reprenons l'exemple de la figure III. 41 en supposons que le bruit η est gaussien de moyenne nulle ayant un écart type $\sigma_\eta = 10^{-2}$ Volts. La densité spectrale de puissance du bruit η est montrée à la figure III. 44. La moyenne de la densité spectrale de puissance est de $10 \log_{10}\left(10^{-4}/1024\right) = -70.1 \quad dB$. L'intervalle de confiance à 95% est donné par :

$$\left[0 \quad \frac{\log(1/0.05)10^{-4}}{1024} \right] \quad en \quad Volt^2 \qquad (III - 60)$$

ou

$$\left[-\infty \qquad -65.3 \right] \quad en \quad dB \qquad (III - 61)$$

Ce qui veut dire que 95% de la densité spectrale de puissance se trouve au dessous de –65.3 dB. Cette figure semble corroborer ce resultat.

V.2.3. Densité de probabilité de la FFT d'une sinusoïde dans un bruit blanc

Quand le signal est mesuré en présence de bruit blanc, certaines composantes du bruit seront à la même fréquence que le signal. Ce qui cause une variation aléatoire des mesures effectuées sur le signal puisque la FFT est appliquée au signal plus bruit. En utilisant les résultats des paragraphes précédents, nous allons établir les limites de variation observées sur la puissance du signal calculée par FFT.

On a déjà vu que si on applique l'opération FFT sur un bruit blanc gaussien η, les parties réelle et imaginaire sont deux variables aléatoires gaussiennes. De plus, l'opération de FFT est une combinaison linéaire de η. L'ajout d'un bruit à un signal avant l'exécution d'une FFT présente donc le même spectre que la somme de la FFT du bruit et de la FFT du signal.

Soit $x(n)$ un signal sinusoïdal ayant m périodes et M échantillons :

$$x(n) = A_x \sin(2\pi mn / M + \phi_x) \qquad (III - 62)$$

où n=0,…, M-1, Φ_x est une constante et m est un entier.

La FFT du signal $x(n)$ est :

$$X(k) = \begin{cases} A_x(M/2)\sin(\phi_x) - jA_x(M/2)\cos(\phi_x), & pour\ k = m \\ A_x(M/2)\sin(\phi_x) + jA_x(M/2)\cos(\phi_x), & pour\ k = M - m \\ 0, & sinon \end{cases} \qquad (III - 63)$$

Si l'on considére que $x(n)$ est déterministe, la densité de probabilité des parties réelle et imaginaires de $X(k)$ sont présentées par deux impulsions à m et M-m. Ils représentent également les deux moyennes μ_R et μ_I des parties réelle et imaginaire de la FFT du signal plus le bruit.

Soit $y(n)=x(n)+\eta(n)$ le signal résultant de la somme d'une sinusoïde et d'un bruit blanc gaussien. En calculant la FFT de $y(n)$ on a :

$$Y(k) = X(k) + N(k) \qquad (III - 64)$$

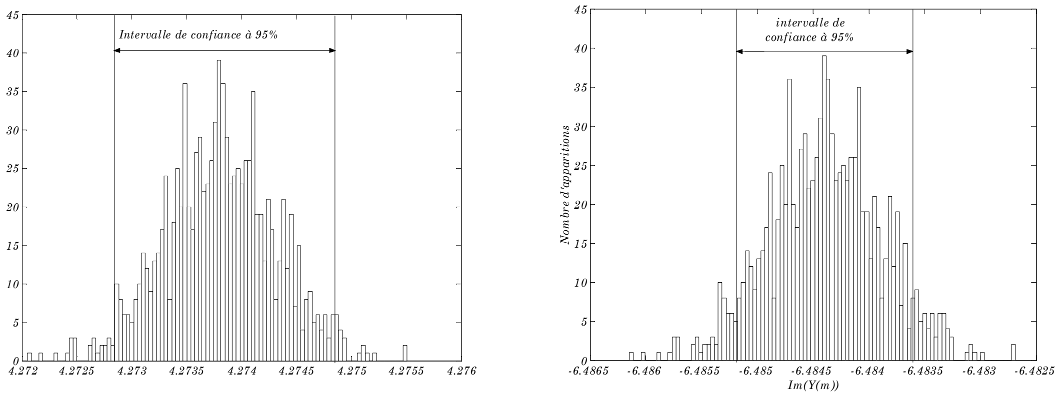
Les parties réelle et imaginaire de $Y(k)$ aux raies $k=m$ et $k=M-m$ sont gaussiennes. Leur moyennes μ_R et μ_I sont données par les parties réelle et imaginaire de $X(m)$ et $X(M-m)$. Pour tout les autres raies de $Y(k)$ la densité de probabilité sera identique à $N(k)$ et auront la même variance $\sigma_\eta^2 M/2$. Une fois qu'on a déterminé le type de distribution, la moyenne et la variance, on peut alors estimer l'intervalle de confiance à 95% des parties réelle et imaginaire de $Y(k)$. Ils sont donnés par :

$$\begin{Bmatrix} A_x(M/2)\sin(\phi_x) - 2\sigma_\eta\sqrt{M/2}, & pour\ k = m, M - m \\ -2\sigma_\eta\sqrt{M/2}, & sinon \end{Bmatrix} \\ \leq Re[Y(k)] \leq \\ \begin{Bmatrix} A_x(M/2)\sin(\phi_x) + 2\sigma_\eta\sqrt{M/2}, & pour\ k = m, M - m \\ 2\sigma_\eta\sqrt{M/2}, & sinon \end{Bmatrix} \qquad (III - 65)$$

et

$$\begin{Bmatrix} -A_x(M/2)cos(\phi_x)-2\sigma_\eta\sqrt{M/2}, & pour\ k=m \\ A_x(M/2)cos(\phi_x)-2\sigma_\eta\sqrt{M/2}, & pour\ k=M-m \\ -2\sigma_\eta\sqrt{M/2}, & sinon \end{Bmatrix} \le Im[Y(k)] \le \begin{Bmatrix} -A_x(M/2)cos(\phi_x)+2\sigma_\eta\sqrt{M/2}, & pour\ k=m \\ A_x(M/2)cos(\phi_x)+2\sigma_\eta\sqrt{M/2}, & pour\ k=M-m \\ 2\sigma_\eta\sqrt{M/2}, & sinon \end{Bmatrix} \quad (III\text{ - }66)$$

Reprenons l'exemple de la figure III. 41 en supposons que le bruit η est gaussien de moyenne nulle ayant un écart type σ_η = 10^{-2} Volts. En ajoutant ce bruit au signal $x(n)=1.5441\times10^{-2}\times cos(2\pi 99/1024+\pi/6)$ Volts, soit $y(n)=x(n)+\eta(n)$ pour n=0,…,1023. On obtient l'histogramme de la partie réelle et imaginaire de $Y(99)$ comme le montre la figure suivante :



(a) *(b)*

Figure III. 45 : (a) Histogramme de la partie réelle de la FFT de la raie k=99, (b) Histogramme de la partie imaginaire de la même raie.

On a donc réussi à exprimer la densité de probabilité des parties réelle et imaginaires de la FFT d'un signal sinusoïdal avec un bruit blanc gaussien. Nous étendons l'analyse à la densité de probabilité du carré du module de la FFT de $y(n)$, soit ($|Y(k)|^2$).

Notons par $Y_m^2=|Y(m)|^2$ le carré de l'amplitude de la FFT à la raie m et par $S_m^2=|S(m)|^2$ la densité spectrale de puissance du spectre à la raie m.

Les deux parties réelle et imaginaire de $Y(m)$ sont deux variables aléatoires gaussiennes de même variance $\sigma^2=\sigma_\eta{}^2M/2$ mais de moyenne différentes (μ_R et μ_I) fonction de l'amplitude et de la phase de la sinusoïde. Cette situation satisfait les conditions du théorème de la loi χ^2 non-centrale avec deux degrés de liberté [Kay93] [Proa83]. La densité de probabilité de $Y_m{}^2$ s'écrit alors :

$$p\left(Y_m^2\right)=\frac{1}{2\sigma^2}e^{-\left(\mu_R^2+\mu_I^2+Y_m^2\right)}I_0\left(\frac{\sqrt{Y_m^2\left(\mu_R^2+\mu_I^2\right)}}{2\sigma^2}\right),\quad Y_m^2\ge 0 \qquad (III\text{ - }67)$$

Le terme $I_0(x)$ représente la fonction de Bessel de premier type d'ordre zéro, représenté par la série suivante :

$$I_0(x)=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(x/2)^{2k}}{k!\,\Gamma(k+1)},\quad x\geq 0 \tag{III - 68}$$

où $\Gamma(p)$ est la fonction gamma définie par :

$$\Gamma(p)=\int_0^{\infty} t^{p-1}e^{-t}dt,\quad p\geq 0 \tag{III - 69}$$

Si les deux moyennes (μ_R et μ_I) sont nulles l'expression *(III - 67)* se réduit à la relation donnée par *(III - 55)*. En considérant qu'au moins l'une des deux moyenne est non nulle, la moyenne et la variance de Y_m^2 s'écrivent alors :

$$\mu_{Y_m^2}=2\sigma^2+\mu_R^2+\mu_I^2=M\sigma_\eta^2+\left(\mu_R^2+\mu_I^2\right) \tag{III - 70}$$

$$\sigma_{Y_m^2}^2=4\sigma^2+4\sigma^2\left(\mu_R^2+\mu_I^2\right)=M^2\sigma_\eta^4+2\sigma_\eta^2M\left(\mu_R^2+\mu_I^2\right) \tag{III - 71}$$

où σ_η désigne la variance du bruit η, μ_R et μ_I désignent la partie réelle et imaginaire de la raie spectrale *X(m)*.

Dés que les valeurs de μ_R et μ_I augmentent, la densité de probabilité se métamorphose d'une loi exponentielle pour approximer une distribution gaussienne ($\mu_R^2+\mu_I^2>>\sigma^2$) [Kay93] [Proa83]. Ce processus est illustré dans la figure III. 46, où la densité de probabilité de Y_m^2 est tracée en fonction du *SINAD*. Ici le *SINAD* représente le rapport de la puissance du signal sur la puissance du bruit.

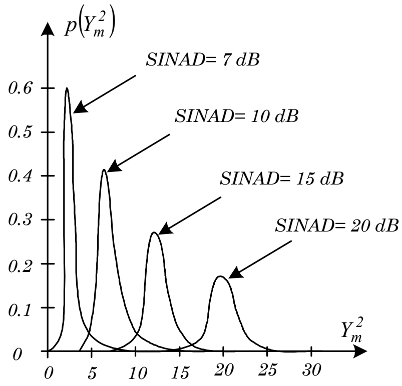


Figure III. 46 : Densité de probabilité de Y_m^2 pour des signaux ayant des SINAD différents.

D'après la figure III. 46 on en déduit que Y_m^2 admet une distribution gaussienne lorsque le signal qui présente un *SINAD* supérieur à 20 dB. Dans ce cas, l'expression de la moyenne et la variance de Y_m^2 devient :

$$\mu_{Y_m^2}\approx\mu_R^2+\mu_I^2 \tag{III - 72}$$

$$\sigma_{Y_m^2}^2\approx 2\sigma_\eta^2M\left(\mu_R^2+\mu_I^2\right) \tag{III - 73}$$

A partir de cette approximation gaussienne de la densité de probabilité de Y_m^2, nous allons déterminer la densité spectrale de puissance (*DSP*) de la raie *m*. La *DSP* n'est que le quotient du carré de l'amplitude de la FFT par M^2R, ce qui nous permet d'approximer la densité de probabilité de la *DSP* de la raie *m* (S_m) par une loi gaussienne ayant comme moyenne et variance :

$$\mu_{S_m} \approx \left(\mu_R^2 + \mu_I^2\right)/ M^2 R \qquad (III - 74)$$

$$\sigma_{S_m}^2 \approx 2\sigma_\eta^2\left(\mu_R^2 + \mu_I^2\right)/ M^3 R \qquad (III - 75)$$

D'autre part on a :

$$\mu_R^2 + \mu_I^2 = \left(A_x M / 2\right)^2 \qquad (III - 76)$$

Ce qui donne

$$\mu_{S_m} \approx \frac{A_x^2}{4R} \qquad (III - 77)$$

$$\sigma_{S_m}^2 \approx \frac{\sigma_\eta^2 A_x^2}{2R^2 M} \qquad (III - 78)$$

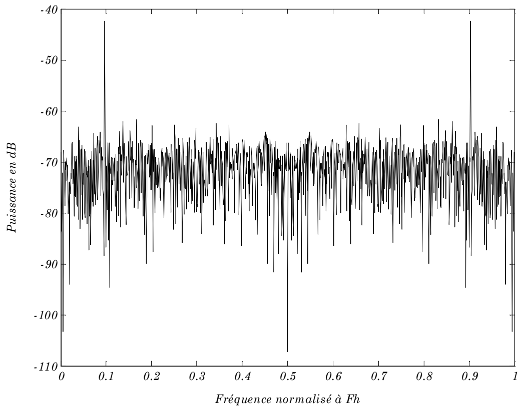
Et l'intervalle de confiance à 95% de S_m est donné par :

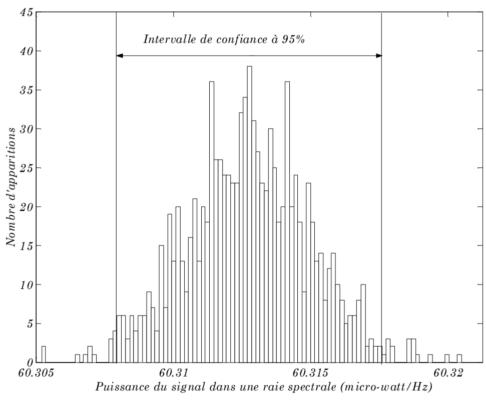
$$\frac{A_x^2}{4R} - 2\sqrt{\frac{\sigma_\eta^2}{R}\frac{A_x^2}{2RM}} \le S_m \le \frac{A_x^2}{4R} + 2\sqrt{\frac{\sigma_\eta^2}{R}\frac{A_x^2}{2RM}} \qquad (III - 79)$$

Or $S_m=A_x^2/4R$ est la *DSP* du signal *x(n)* pour l'une des deux composantes de fourrier du signal (*m* ou *M-m*). En combinant les puissances des deux raies (*m* et *M-m*), nous obtenons la puissance totale du signal $\sigma_S^2 = A_x^2 / 2R$ Watts. La puissance totale du bruit est $\sigma_{\eta,W}^2 = \sigma_\eta^2 / R$ Watt (puisque σ_η est définie comme une tension). Après substitution on a :

$$\hat{\sigma}_S^2 - \frac{4\hat{\sigma}_S\hat{\sigma}_{\eta,W}}{\sqrt{M}} \le \frac{A_x^2}{2R} \le \hat{\sigma}_S^2 + \frac{4\hat{\sigma}_S\hat{\sigma}_{\eta,W}}{\sqrt{M}} \qquad (III - 80)$$

Cette expression définie l'intervalle de confiance à 95% de la densité spectrale de puissance du signal (σ_S^2).





(a) (b)

Figure III. 47 : (a) Densité spectrale de puissance d'un signal plus un bruit blanc gaussien, (b) Histogramme de la raie k=99 contenant la puissance du signal.

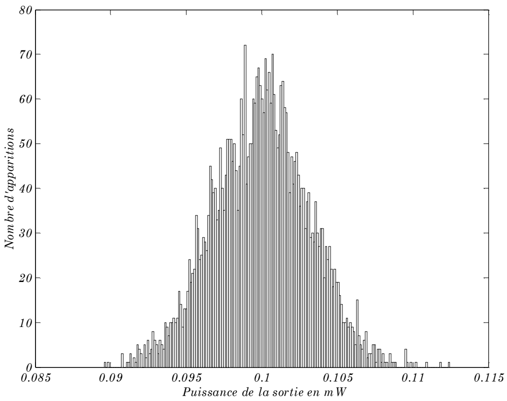
Reprenons l'exemple de la figure III. 41 en supposons que le bruit η est gaussien de moyenne nulle ayant un écart type σ_η = 10^{-2} Volts. Le signal appliqué présente un *SINAD* supérieur à 20 dB. Ce qui nous laisse prédire une distribution gaussienne de la densité spectrale de puissance de la raie *k=99*. L'histogramme de la figure III. 47 confirme la distribution gaussienne de la *DSP*. Notons que l'intervalle de confiance à 95% se resserre dés qu'on augmente le nombre d'échantillons.

V.3. Effet du bruit sur la mesure spectrale des signaux par filtrage

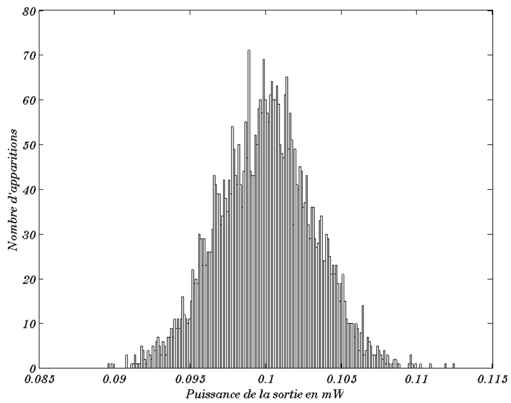
Dans ce paragraphe, on présente l'effet du bruit blanc sur la mesure de la densité spectrale de puissance du signal par la méthode du filtrage. Pour cela nous commençons par étudier le calcul de la densité spectrale du bruit à la sortie d'un filtre coupe-bande. Ensuite, nous établirons l'intervalle de confiance de la densité spectrale de puissance du signal à la sortie d'un filtre passe bande.

V.3.1. La densité de probabilité de la sortie coupe bande

On se propose de déterminer la densité de probabilité de la somme quadratique des échantillons de la sortie du filtre coupe bande de la figure III. 9. Si un signal composé d'une sinusoïde plus un bruit blanc gaussien attaquent l'entrée du filtre coupe bande, accordé sur la fréquence du signal, seul le bruit émerge de la sortie X_{nt} du filtre coupe bande. Ce bruit filtré ne sera plus blanc mais coloré (corrélé) [Papo94][Proa83]. Mais son allure se rapproche d'un bruit blanc et gaussien, comme le montre la figure III. 48. Pour simplifier les calculs, on va supposer que le bruit filtré est gaussien et les relations *(III - 46)* et *(III - 47)* sont valables.



(a)



(b)

Figure III. 48 : (a) Histogramme de la puissance d'un bruit gaussien par FFT, (b) Histogramme de la puissance d'un bruit gaussien par filtrage.

En supposant que le bruit à la sortie du filtre coupe bande est blanc, sa densité spectrale de puissance peut s'écrire par :

$$S_\eta(f) = N^2 / 2 \qquad (III - 81)$$

Si nous intégrons la densité spectrale de puissance sur la largeur de bande, nous obtenons la puissance totale du bruit :

$$P_\eta = \int_{B_{-3dB}} S_\eta(f)df = N^2 B_{-3dB} \qquad (III - 82)$$

Notons que la puissance totale du bruit est définie sur une largeur de bande donnée qui est, dans notre cas, $B_{-3\,dB}$. Cependant, la densité spectrale du bruit à la sortie est :

$$\hat{S}_\eta(f) = \left|H_{nt}(f)\right|^2 S_\eta(f) \qquad (III - 83)$$

Ce qui nous permet d'estimer la puissance totale du bruit sur la bande $B_{-3\,dB}$:

$$\hat{P}_\eta = \int_{B_{-3dB}} \hat{S}_\eta(f)df = \int_{B_{-3dB}} \left|H_{nt}(f)\right|^2 S_\eta(f)df \qquad (III - 84)$$

donc

$$\hat{P}_\eta = N^2 \int_{B_{-3dB}} \left|H_{nt}(f)\right|^2 df \qquad (III - 85)$$

et

$$N^2 = \frac{\hat{P}_\eta}{\int_{B_{-3dB}} \left|H_{nt}(f)\right|^2 df} \qquad (III - 86)$$

En substituant la valeur de N^2 dans l'expression du bruit totale, nous pouvons mettre en relation la puissance réelle et la puissance estimée du bruit [Reba02-e]:

$$P_\eta = N^2 B_{-3dB} = B_{-3dB} \frac{\hat{P}_\eta}{\int_{B_{-3dB}} \left|H_{nt}(f)\right|^2 df} \qquad (III - 87)$$

Le calcul de l'intégral est donné dans l'annexe A [Reba02-e].

La relation *(III – 87)* nous permet de comparer la puissance estimée du bruit par le filtrage par rapport à la puissance réelle de ce bruit.

V.3.2. La densité de probabilité de la sortie du filtre passe bande

Dans ce paragraphe nous étudions l'extraction de la puissance du signal à la sortie passe bande de la figure III. 9. Puisque la bande du filtre passe bande est étroite, on aura à la sortie le signal plus un bruit coloré. Afin de simplifier les calculs, on supposera que seul le bruit à la même fréquence que le signal sera présent avec le signal à la sortie passe bande du filtre.

Nous considérons que sur la largeur de la bande $B_{-3\,dB}$, de $-F_h/2$ jusqu'à $F_h/2$, le bruit η présente une densité spectrale constante de $N^2/2$, où N^2 est exprimé en $Volts^2/Hz$. A l'entrée du filtre on a le signal $y(n)=s(n)+\eta(n)$, où $s(n)$ est donné par :

$$s(n) = A\cos(2\pi f_0 nT + \phi) \qquad (III - 88)$$

La densité spectrale de puissance de *s(n)* s'écrit :

$$S_s(f)=\frac{A^2}{4}\left(\delta(f-f_0)+\delta(f+f_0)\right) \qquad (III - 89)$$

La densité spectrale réelle de la sortie *y(n)* s'écrit alors :

$$S_y(f)=S_s(f)+S_\eta(f)=\frac{A^2}{4}\left(\delta(f-f_0)+\delta(f+f_0)\right)+\frac{N^2}{2} \qquad (III - 90)$$

La sortie passe bande du filtre possède une réponse en fréquence $H_{pb}(f)$ et l'estimation de la densité spectrale de puissance de *y(n)* sur $B_{-3\,dB}$ s'écrit [Reba02-e] :

$$\hat{S}_s(f)=S_s(f)\left|H_{pb}(f)\right|^2+S_\eta(f)\left|H_{pb}(f)\right|^2 \qquad (III - 91)$$

La puissance estimée du signal à la sortie du filtre est donnée par :

$$\hat{P}_s=\int_{B_{-3dB}}\hat{S}_s(f)df=\int_{B_{-3dB}}S_s(f)\left|H_{pb}(f)\right|^2df+\int_{B_{-3dB}}S_\eta(f)\left|H_{pb}(f)\right|^2df \qquad (III - 92)$$

Mais $S_s(f)$ est une impulsion pure, l'expression *(III - 92)* devient alors

$$\hat{P}_s=\left|H_{pb}(f_0)\right|^2\frac{A^2}{2}+\int_{B_{-3dB}}S_\eta(f)\left|H_{pb}(f)\right|^2df \qquad (III - 93)$$

On remarque que l'amplitude de la fonction de transfert $H_{pb}(f)$ à la fréquence f_0 est unitaire ; le premier terme de l'équation *(III - 93)* représente la puissance réelle du signal P_s. De plus, la densité spectrale du bruit $S_\eta(f)$ est constante ($N^2/2$), ce qui nous permet d'écrire [Reba02-e] :

$$\hat{P}_s=\sigma_s^2=P_s+N^2\int_{B_{-3dB}}\left|H_{pb}(f)\right|^2df \qquad (III - 94)$$

où $\hat{P}_s$ est donnée par la relation *(III - 36)*,

$H_{pb}(f)$ est la réponse en fréquence du filtre.

La relation *(III - 94)* met en évidence le terme d'erreur introduit par le filtrage dans le calcul de la puissance de ce signal. Cette erreur est fonction du bruit (*N*) et de la largeur de la bande passante ($B_{-3\,dB}$). Cette erreur diminue dès que le lieu des pôles s'approche de 1. Le calcul de l'intégral est détaillé dans l'annexe A [Reba02-e].

V.4. Précision de l'estimation de la puissance du signal

Nous avons vu que le bruit aléatoire cause des variations lors de l'estimation de la puissance du signal. Nous allons comparer dans ce paragraphe les effets de ces variations sur la mesure par les deux méthodes : FFT et filtrage.

V.4.1. Intervalle de confiance de la puissance du signal par FFT

La présence de bruit dans les signaux à mesurer affecte les raies de la FFT et donc la précision du calcul de la puissance du signal. L'effet de cette variation devient d'autant plus négligeable que la puissance du signal à mesurer est au dessus de 20 dB du plancher du bruit. L'intervalle de confiance à 95% de la puissance du signal est donnée par :

$$\hat{P}_s - 4\sqrt{\hat{P}_s\hat{P}_\eta / M} \leq P_s \leq \hat{P}_s + 4\sqrt{\hat{P}_s\hat{P}_\eta / M} \qquad \textit{(III - 95)}$$

où $\hat{P}_s$ et $\hat{P}_\eta$ sont données à la suite de la FFT par :

$$\hat{P}_s = \frac{2}{M(M-1)} Y_m^2 \qquad \textit{(III - 96)}$$

$$\hat{P}_\eta = \frac{2}{M(M-1)} \sum_{k=0}^{M} Y_k^2 \qquad \textit{(III - 97)}$$

V.4.2. Intervalle de confiance de la puissance du signal par filtrage

En utilisant le filtrage, une erreur se trouve dans l'estimation de la puissance du signal. La valeur estimée de la puissance est donnée par :

$$\hat{P}_s = \sigma_s^2 = P_s + N^2 \int_{B_{-3dB}} \left|H_{pb}(f)\right|^2 df \qquad \textit{(III - 98)}$$

où $\hat{P}_s$ est donnée par *(III - 36)*. P_s est la puissance réelle du signal.

Si le signal à mesurer est au dessus de 20 dB par rapport au plancher de bruit, on peut dire que la valeur de la puissance du signal est la même que son estimation par la FFT (l'effet du bruit devient négligeable). En utilisant les relations *(III - 95)* et *(III - 98)*, nous pouvons définir l'intervalle de confiance à 95% de la puissance du signal est donnée par :

$$\hat{P}_s - 4\sqrt{\hat{P}_s\hat{P}_\eta / M} - \hat{P}_\eta \int_{B_{-3dB}} \left|H_{bp}(f)\right|^2 df \leq P_s \leq \hat{P}_s + 4\sqrt{\hat{P}_s\hat{P}_\eta / M} - \hat{P}_\eta \int_{B_{-3dB}} \left|H_{bp}(f)\right|^2 df \qquad \textit{(III - 99)}$$

V.4.3. Comparaison

Pour conclure on reprend l'exemple de la figure III. 41 en supposons que le bruit η est gaussien de moyenne nulle ayant un écart type σ_η = 10^{-2} Volts. Pour voir l'influence de l'amplitude sur l'intervalle de confiance deux valeurs d'amplitude du signal A sont choisies. La première est de $A_1=4.8828125\times10^{-2}$ *Volts*, la deuxième est de $A_2=0.5$ *Volts*.

a. FFT

L'intervalle de confiance à 95% est donné par *(III - 95)*, donc pour la première amplitude A_1 :

$$0.001148934 \leq P_s \leq 0.00123525 \qquad \textit{(III - 100)}$$

$$-29.39 \quad dB \quad \leq \quad P_s \quad \leq \quad -29.08 \quad dB \qquad (III - 101)$$

alors que pour la deuxième amplitude A_2 :

$$0.124558059 \leq P_s \leq 0.125441941 \qquad (III - 102)$$

$$-9.04 \quad dB \quad \leq \quad P_s \quad \leq \quad -9.01 \quad dB \qquad (III - 103)$$

On voit bien que si l'écart entre la puissance du signal et le plancher de bruit est de moins 20 dB (10 dB, pour A_1), la valeur de la puissance du signal subit beaucoup plus de variation que dans le deuxième cas. Pour ce dernier, l'écart est de plus de 20 dB entre la puissance du signal et le plancher de bruit (30 dB pour A_2).

b. Filtrage

L'intervalle de confiance à 95% est donné par *(III - 99)*, si on place les pôles à 0.99 du cercle unitaire, on aura

$$0.001570038 \leq P_s \leq 0.001656354 \qquad (III - 104)$$

$$-28.04 \quad dB \quad \leq \quad P_s \quad \leq \quad -27.80 \quad dB \qquad (III - 105)$$

pour la première amplitude alors que pour la deuxième :

$$0.124558059 \leq P_s \leq 0.125863045 \qquad (III - 106)$$

$$-9.03 \quad dB \quad \leq \quad P_s \quad \leq \quad -9.00 \quad dB \qquad (III - 107)$$

De la même façon, on voit bien que si l'écart entre la puissance du signal et le plancher de bruit est de moins 20 dB (10 dB, pour A_1), la valeur de la puissance du signal subit beaucoup plus de variation que dans le deuxième cas.

L'extraction de la puissance du signal par filtrage est suffisamment précise pour la mesure dès que l'écart est de plus de 20 dB entre la puissance du signal et le plancher de bruit. Dans le cadre de nos travaux, nous effectuons le test BIST pour des CANs ayant une résolution supérieure à 10 bits, donc le *SINAD* est largement supérieur à 20 dB. La précision de la méthode de filtrage est assez suffisante pour la mesure.

VI. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté l'unité d'extraction des paramètres spectraux qui sera implantée dans le schéma proposé du BIST pour les CANs. Cette unité est basée sur la réalisation, soit d'un filtre coupe bande pour l'estimation du *SINAD*, soit d'un banc de filtres pour l'estimation du *SNR* et la *THD*. Dans les deux cas cette unité d'extraction est constituée de cellules biquadratiques. Notre choix s'est porté sur une structure spéciale de filtres dits LDI. Cette cellule permet d'ajuster la largeur de la bande passante ainsi que la fréquence de résonance.

Ensuite, nous avons présenté une nouvelle structure pour le banc de filtres qui permet théoriquement d'améliorer l'estimation des paramètres spectraux du CAN dans le cadre du test BIST. En effet, cette structure originale permet d'appliquer pour une sortie passe bande du filtre des zéros de transmission correspondant aux autres fréquences contenues dans le signal. Cette propriété permet de mieux estimer la puissance de chaque composante correspondante à une harmonique et d'obtenir une meilleure estimation des paramètres spectraux par rapport à la structure classique. De plus, l'utilisation du filtrage numérique présente un gros avantage : elle ne nécessite pas la cohérence.

Dans la dernière partie de ce chapitre nous avons mis en œuvre le caractère aléatoire des données issues de la sortie du CAN. En effet, le banc de filtres va opérer avec des données qui incluent du bruit aléatoire. Donc à chaque fois que l'on exécute un calcul, on trouvera un résultat différent du précédent. Nous nous sommes posés la question de savoir si cet aspect aléatoire affecte la précision de la mesure réalisée. Nous avons réalisé une étude originale pour déterminer la précision du calcul de la densité spectrale de puissance par FFT et par filtrage numérique en élaborant l'expression de son intervalle de confiance. Avec un placement astucieux du lieu des pôles des filtres, le banc affiche des résultats assez précis et peut être utilisé pour calculer les paramètres spectraux du CAN.

Les simulations effectués dans ce chapitre constituent une première approche de validation (en virgule flottante). Dans le chapitre suivant, nous réalisons ces simulations en tenant compte de l'aspect implantation (en virgule fixe). Ensuite, nous allons intégrer le système et valider cette étude théorique par des mesures physiques.

Chapitre IV

Réalisation et validation

Chapitre IV : Réalisation et Validation

I. Introduction

Dans le cadre de nos travaux, nous avons proposé une nouvelle structure pour intégrer le test des CANs in situ (BIST). L'architecture de cette structure se compose essentiellement de deux parties. La génération du signal in situ constitue la première partie. Nous avons proposé un système basé sur la réalisation d'un oscillateur $\Sigma\Delta$. La deuxième partie du BIST permet l'analyse des données issues du CAN. Elle comporte un banc de filtres et une unité de calcul des puissances. Toutes les simulations des chapitres précédents ont été réalisées en arithmétique flottante, i.e, la précision de la donnée est « infinie ».

Dans ce dernier chapitre, nous aborderons l'aspect arithmétique fini, i.e, les données sont codées sur un nombre fini de bits. Nous effectuons les simulations des différents éléments de la structure proposée (oscillateurs et unité d'extraction de paramétres) en arithmétique finie. Ensuite, nous réaliserons les circuits sur des composants programmables et nous les testerons pour valider le fonctionnement de chaque partie.

Ce chapitre est organisé comme suit : une première partie est consacrée à la description succincte de la démarche utilisée pour la réalisation de nos circuits. Puis, les simulations des différentes parties du système en virgule fixe seront présentées. La complexité logique de chaque structure sera exposée. Un fichier VHDL est généré pour chaque partie. Après la synthèse, toutes les structures seront implantées dans un composant de type FPGA. A la fin du chapitre, les différentes mesures physiques réalisées seront présentées pour valider nos choix de conception.

II. Démarche utilisée pour la réalisation des circuits

Dans le cadre de nos travaux nous sommes amenés à réaliser des circuits numériques que ce soit pour la génération du signal in situ (oscillateur $\Sigma\Delta$) ou pour l'analyse des données issues du CAN (filtre coupe bande et banc de filtres). Pour cela, nous avons utilisé plusieurs outils pour franchir les étapes de conception de ces circuits avec succès.

Après avoir simuler dans les chapitres II et III les architectures proposées en arithmétique à virgule flottante avec le logiciel MATLAB et son Toolbox SIMULINK, nous validons ces architectures en arithmétique virgule fixe en utilisant le logiciel SPW (Signal Processing Worksystem). Ceci veut dire que le signal ne peut plus prendre une infinité de valeurs, mais désormais qu'un ensemble de valeur fini dû à la quantification sur un nombre de bit fini.

Une fois que le fonctionnement est vérifié en arithmétique finie sous SPW, un fichier VHDL de niveau RTL (Register Transfer Level) est généré. Ce fichier est ensuite synthétisé avec l'outil FPGA Express de Synopsys pour avoir une description circuit du fichier VHDL.

Dans une troisième étape on utilisera les outils Design Manager de Xilinx pour l'implantation (placement et routage) dans un circuit de type FPGA. La figure IV. 1 illustre le processus de la réalisation des circuits.

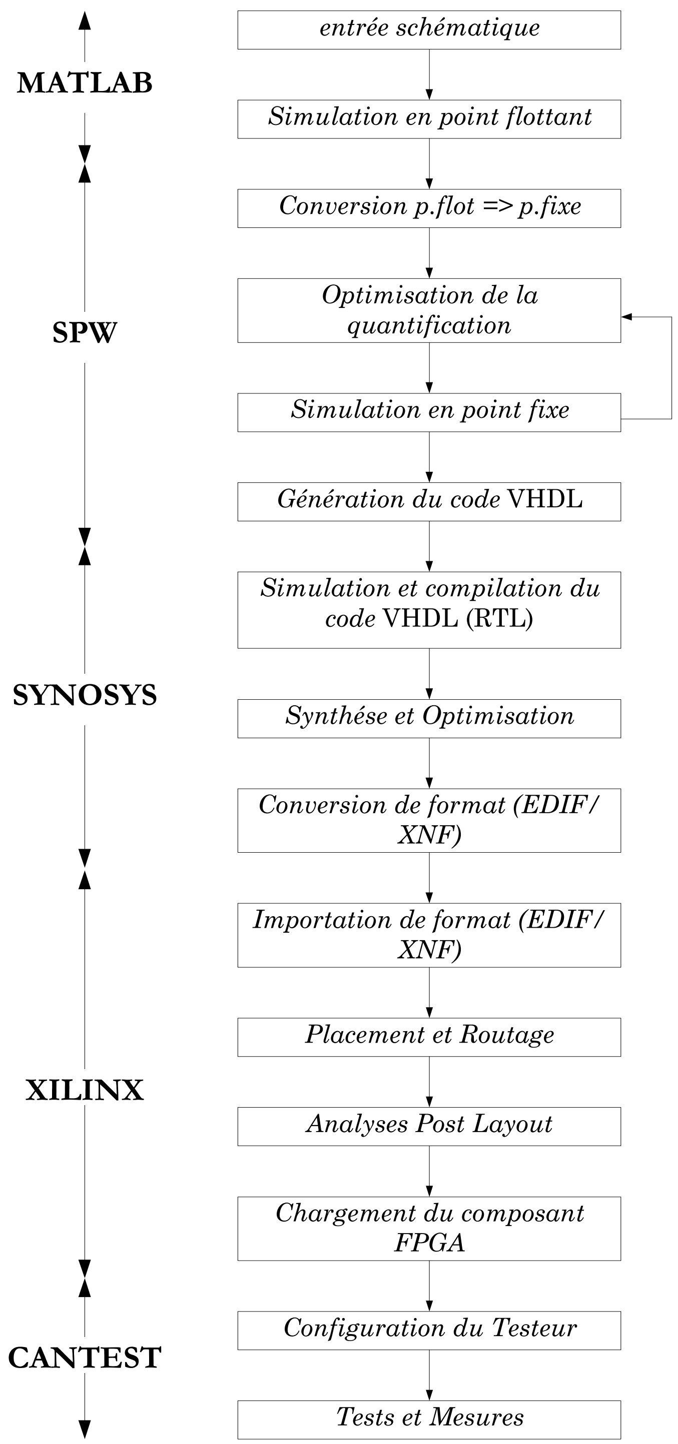


Figure IV. 1 : Diagramme de conception

III. Conception en virgule fixe sous SPW

L'étude menée dans le cadre de nos travaux concernent essentiellement la mise en œuvre d'un système de test in situ pour les CANs. Il se compose de deux principaux éléments :

- Un oscillateur suréchantillonné réalisé en utilisant un modulateur sigma delta numérique d'ordre élevé et un filtre analogique passif.
- Une unité d'extraction de paramètres réalisée en utilisant un banc de filtres qui permet la séparation des différentes composantes spectrales du signal issu du CAN. Une unité de calcul permet à la suite l'estimation de leurs puissances.

La principale caractéristique des circuits proposés est leur réalisation en structures numériques. En effet, le point fort de l'intégration numérique, outre l'aspect robustesse, est d'avoir une surface et une consommation qui diminuent avec l'évolution des technologies (réduction des échelles, diminution de la tension d'alimentation). Dans ce paragraphe nous présentons l'ensemble des simulations réalisées sous SPW en virgule fixe, i.e, les données sont codées sur un nombre fini de bits.

III.1. Oscillateurs Sigma Delta

Deux architectures pour les oscillateurs suréchantillonnées sont proposées. La première utilise un modulateur sigma delta passe bas d'ordre 4 pour générer des signaux dans la bande audio (0-20 kHz). La deuxième utilise un modulateur sigma delta passe bande d'ordre 8 pour générer des signaux de quelques MHz pour tester les CANs à application vidéo.

L'étude menée dans la chapitre II montre que pour les modulateurs passe bas d'ordre 4 et le modulateur passe bande d'ordre 8 on s'attend à avoir un *SNR* de 120 dB pour un *OSR* de 64. C'est pourquoi une arithmétique de 32 bits est utilisée pour la réalisation des modulateur. En effet, pour 120 dB on doit avoir une précision de 10^{-6} ce qui correspond à 20 bits ($2^{-20} \approx 10^{-6}$). Notre choix s'est porté sur des bus de données de 32 bits.

III.1.1. Modulateur passe bas

Dans la figure IV. 2 est présenté le schéma du modulateur $\Sigma\Delta$ passe bas. Les éléments de base qui le constitue sont :

- Les regitres à retards (z^{-1}),
- Les registre à décalages (2^{-N}),
- Les additionneurs et soustracteurs,
- L'opération de complémentation pour inverser le signe.

L'opération de quantification se fait simplement en lisant la valeur numérique (0 ou 1) du bit de signe du bus des données.

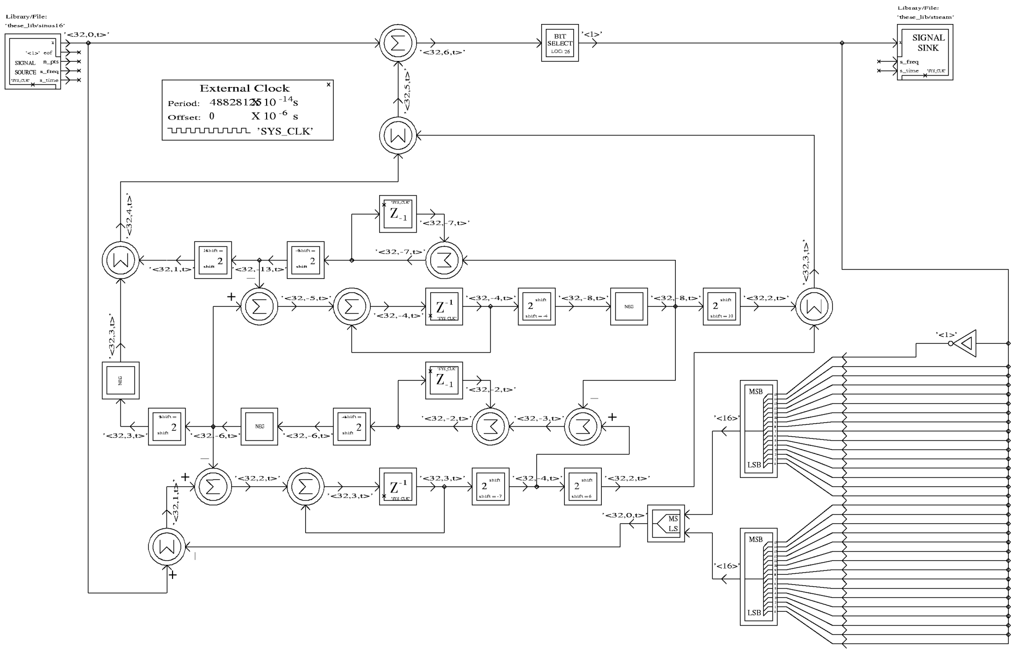


Figure IV. 2: Architecture du modulateur ΣΔ de quatrième ordre sous SPW.

Comme le montre la figure IV. 2, pour reconstituer le signal de la boucle de retour il suffit d'utiliser un inverseur et un bus de données sur 32 bits. En effet,

- Si bitsteam="0" alors sig_retour ="10000000…000000"=-1
- Si bitstream="1" alors sig_retour='0111111…111111"=+1

Ce qui permet d'effectuer en plus l'opération de complémentation. Le modulateur a été simulé sur 65536 pts et les spectres de la sortie sont montrés à travers les figures IV. 3 et IV.4.

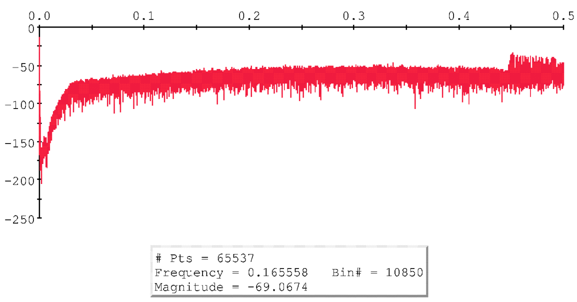


Figure IV. 3 : Allure du Spectre du signal à la sortie du modulateur ΣΔ passe bas sous SPW.

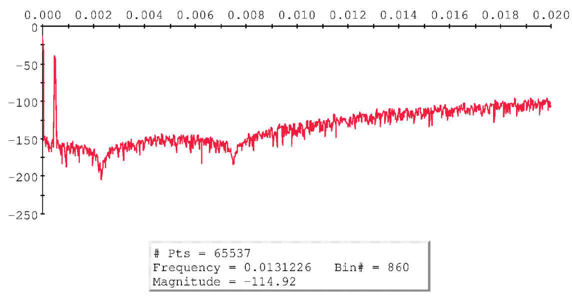


Figure IV. 4 : Allure du spectre dans la bande utile sous SPW.

On voit bien que le plancher de bruit est de 120 dB dans la bande utile. Comme prévu, les deux zéros dans la bande audio apparaissent aux fréquences normalisées *0.0025* et *0.0075*. Dans le tableau IV. 1 on résume l'ensemble des ressources nécessaires pour la réalisation du modulateur.

Eléments	Nombre	Arithmétique
Registre à décalage (z^{-1})	4	32 bits
Registre à retard (2^{-N})	8	32 bits
Additionneurs	8	32 bits
Soustracteurs	4	32 bits
Inverseur	1	1 bit
Complémentation	3	32 bits

Tableau IV. 1: Complexité du modulateur ΣΔ passe bas.

III.1.2. Oscillateur passe bas

Une fois que le fonctionnement du modulateur est validé, nous avons réalisé l'oscillateur. Comme le montre la figure IV. 5, Il est constitué de :

- Un modulateur sigma delta passe bas,
- Deux intégrateurs,
- Un multiplexeur,
- Deux constantes.

Afin de relaxer les contraintes sur le codage de la constante k_0 sur une arithmétique à bit fini, nous avons opter pour une structure qui fait intervenir un décalage après le premier intégrateur. Le tableau IV. 2 résume la configuration choisie.

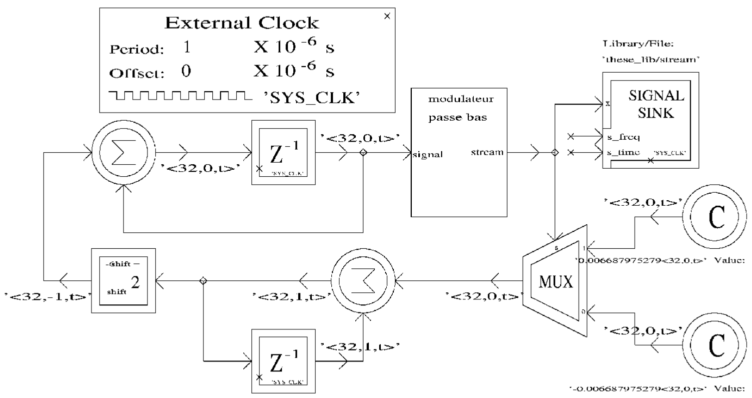


Figure IV. 5 : Architecture de l'oscillateur ΣΔ de quatrième ordre sous SPW.

F_s	décalage	C	R_1	R_2	F_0	arithmétique
2.5 MHz	2^{-6}	*0.0066879675279*	*0.2*	*0*	*4 KHz*	*32 bits*

Tableau IV. 2 : Paramètres utilisés pour la simulation sous SPW.

L'oscillateur Sigma Delta est simulé sur 262144 pts et les spectres de sorties sont montrés à travers les figures IV. 6 et IV. 7. Dans le tableau IV. 3 on résume l'ensemble des ressources nécessaires pour la réalisation de l'oscillateur.

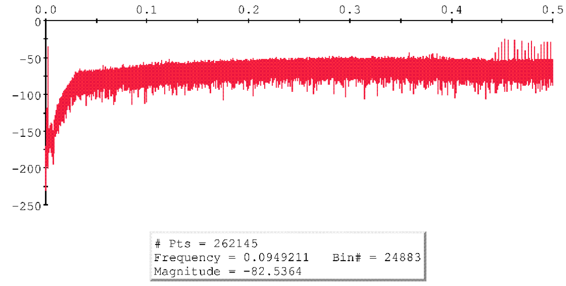


Figure IV. 6 : Allure du Spectre du signal à la sortie de l'oscillateur ΣΔ passe bas sous SPW

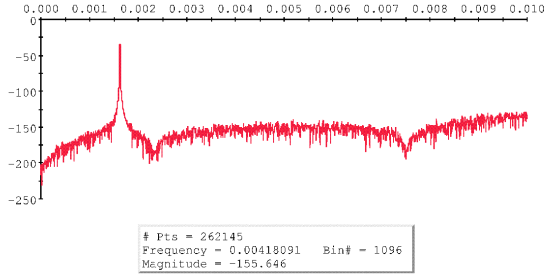


Figure IV. 7 : Allure du spectre dans la bande utile sous SPW.

Eléments	Nombre	Arithmétique
Registre à décalage (z^{-1})	6	32 bits
Registre à retard (2^{-N})	9	32 bits
additionneurs	10	32 bits
soustracteurs	4	32 bits
Inverseur 1bit	1	1 bit
complémentation	3	32 bits
Multiplexeur	1	32 bits
Constante	2	32 bits

Tableau IV. 3 : Complexité de l'oscillateur ΣΔ passe bas.

III.1.3. Modulateur passe bande

La figure IV. 8 représente le schéma du modulateur *ΣΔ* passe bande. Il posséde les même éléments de base que le modulateurs *ΣΔ* passe bas mais on a remplace z^{-1} par $-z^{-2}$.

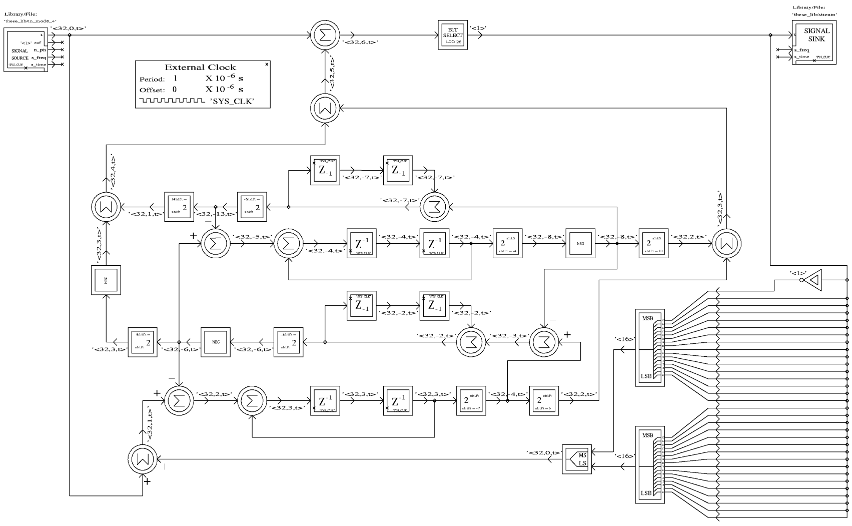


Figure IV. 8 : Architecture du modulateur ΣΔ passe bande de huitième ordre sous SPW.

Dans le tableau V. 4 on résume l'ensemble des ressources nécessaires pour la réalisation du modulateur. Les figures IV. 9 et V. 10 représentent les spectres du modulateur pour une entrée à $F_h/4$. Comme pour le modulateur passe bas, on notera la présence des zéros au tour de la fréquence centrale.

Eléments	**Nombre**	**Arithmétique**
Registre à décalage (z^{-1})	8	32 bits
Registre à retard (2^{-N})	8	32 bits
additionneurs	8	32 bits
soustracteurs	4	32 bits
Inverseur 1bit	1	1 bit
complémentation	3	32 bits

Tableau IV. 4 : Complexité du modulateur ΣΔ passe bande.

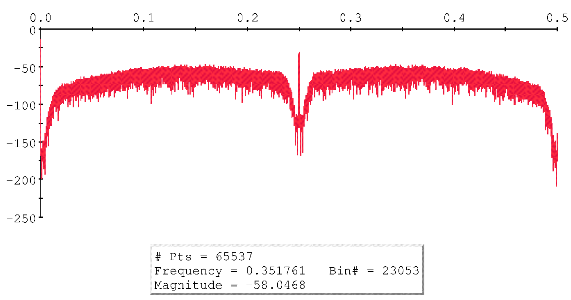


Figure IV. 9 : Allure du Spectre du signal à la sortie du modulateur ΣΔ passe bande sous SPW.

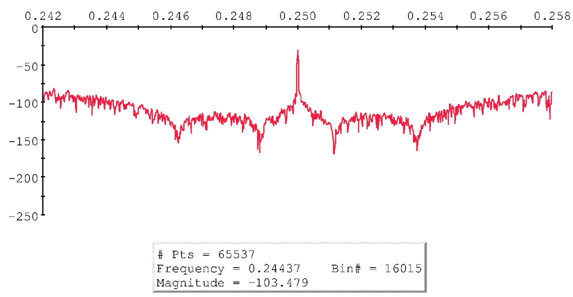


Figure IV. 10 : Allure du spectre dans la bande utile sous SPW.

III.1.4. Oscillateur passe bande

L'oscillateur est réalisé en utilisant le modulateur sigma delta, deux registre à retard, un soustracteur, un multiplexeur et deux constante, comme le montre la figure IV. 11.

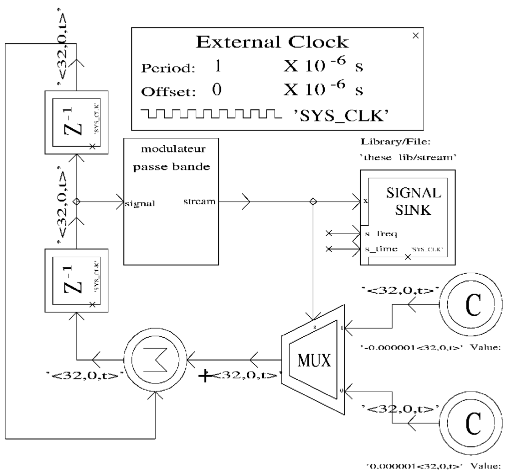


Figure IV. 11 : Architecture de l'oscillateur ΣΔ de huitième ordre sous SPW.

Cette structure a été définie pour qu'elle fournisse un signal au quart de la fréquence d'échantillonnage, la constante k_f permet de faire un réglage fin autour de cette fréquence centrale ($F_h/4$). Dans le tableau V. 5 on résume l'ensemble des ressources nécessaires pour la réalisation de l'oscillateur. Cet oscillateur a été simuler sous SPW sur 262144 pt, les figures V.12 et V.13 représente les spectres trouvés.

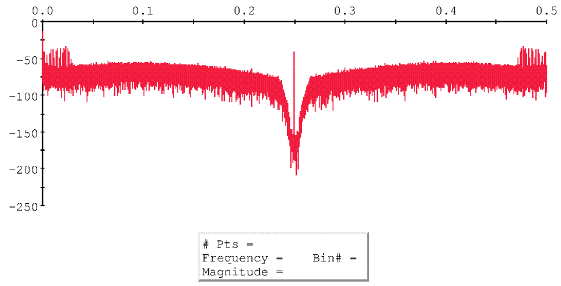


Figure IV. 12 : Allure du Spectre du signal à la sortie de l'oscillateur ΣΔ passe bande sous SPW.

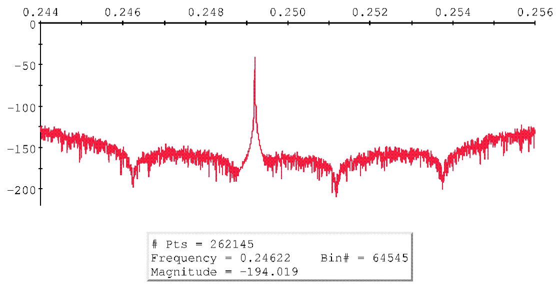


Figure IV. 13 : Allure du spectre dans la bande utile sous SPW.

Eléments	**Nombre**	**Arithmétique**
Registre à décalage (z^{-1})	6	32 bits
Registre à retard (2^{-N})	9	32 bits
additionneurs	10	32 bits
soustracteurs	4	32 bits
Inverseur 1bit	1	1 bit
complémentation	3	32 bits
Multiplexeur	1	32 bits
Constante	2	32 bits

Tableau IV. 5 : Complexité de l'oscillateur ΣΔ passe bande.

III.2. Unités d'analyses de paramètres

Deux architectures pour l'extraction des paramètres sont proposées. La première utilise un filtre coupe bande accordé sur le signal d'entrée pour séparer la composante spectrale du fondamental du reste du bruit. Cette architecture permet d'estimer le *SINAD*. La deuxième consiste en un banc de filtre accordé sur les composantes harmoniques du signal d'entrée pour séparer chaque composante spectrale du bruit. Cette architecture permet d'estimer le *SNR* et le *THD*.

Lors de la phase de test nous utilisons les données issues du CAN THS1060 de Texas Instrument. C'est un convertisseur 10 bits, c'est pourquoi nous avons choisi des bus de données pour les unités d'analyse de 16 bits.

III.2.1. Filtre coupe bande

Le filtre coupe bande est constitué d'un résonateur de type LDI. Il présente deux sorties : la première pour délivrer le fondamental et la deuxième pour le bruit.

a. Conception du filtre

La figure IV. 14 représente le schéma d'implantation utilisé pour le filtre coupe bande. Une arithmétique 16 bits est choisie. Le filtre est simulé avec des données issues du THS1060.

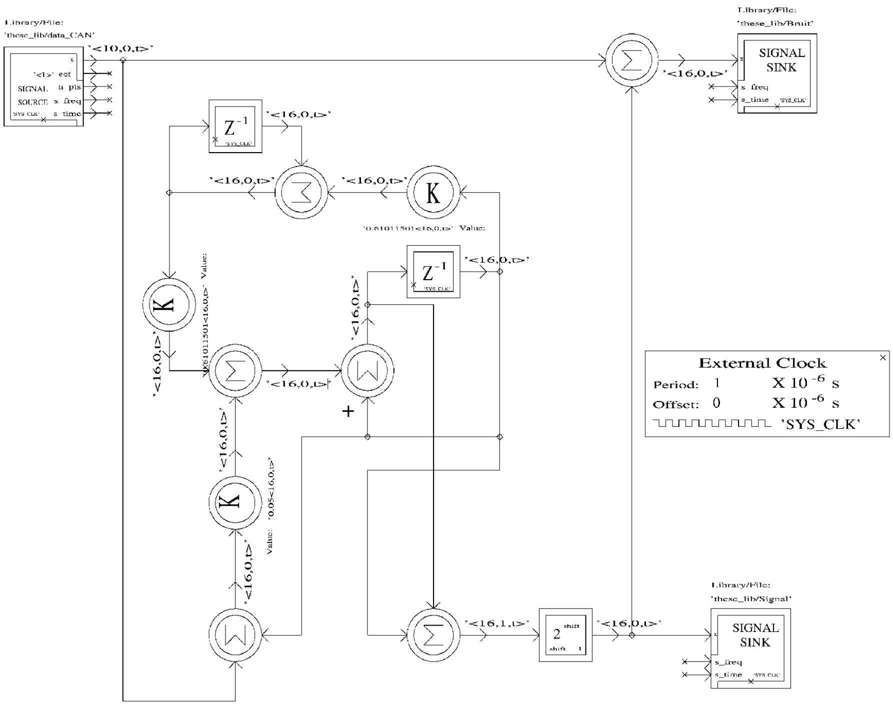


Figure IV. 14 : Architecture du filtre coupe bande sous SPW.

La figure IV. 15 montre les données issues de la sortie passe bande du filtre. On notera la présence d'un régime transitoire que l'on observe mieux à travers la figure IV. 16. La figure IV. 17 montre les données issues de la sortie coupe bande du filtre. On notera aussi la présence d'un régime transitoire mis en évidence à travers la figure IV. 18.

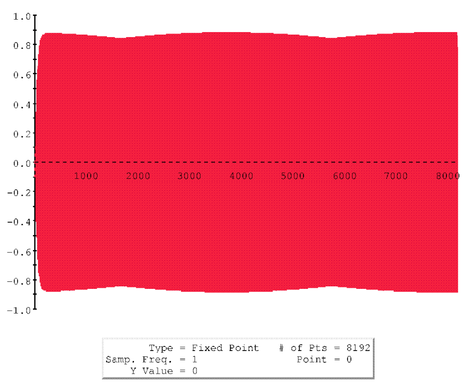


Figure IV. 15 : Allure du signal à la sortie passe bande du filtre sur 8192 échantillons.

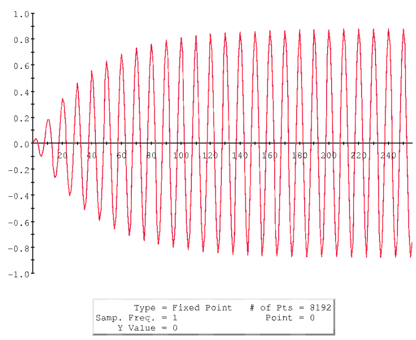


Figure IV. 16 : Allure du signal à la sortie passe bande du filtre sur les 256 premiers échantillons.

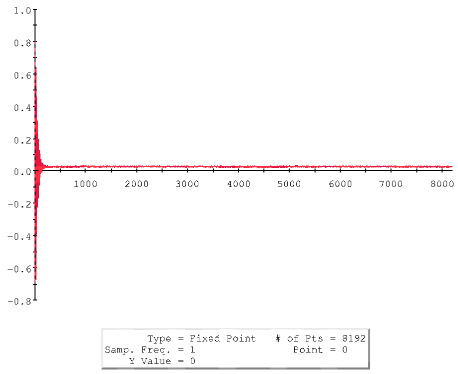


Figure IV. 17 : Allure du signal à la sortie coupe bande du filtre sur 8192 échantillons.

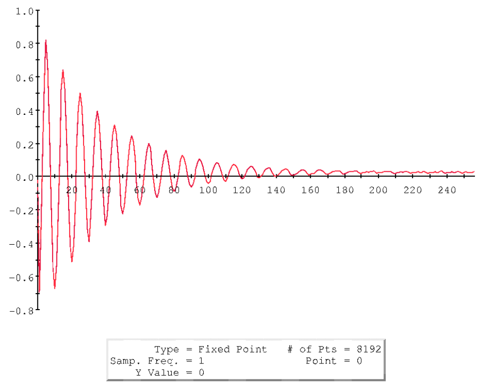


Figure IV. 18 : Allure du signal à la sortie coupe bande du filtre sur les 256 premiers échantillons.

b. Validation des données

La présence du régime transitoire va engendrer des erreurs lors du calcul des puissances des composantes spectrales. C'est pourquoi nous avons conçu un système qui permet d'isoler ce régime transitoire. En effet, sur les 8192 données issues du CAN filtrées par le coupe bande, on ne considère que les 4096 derniers échantillons. Cette commande de validation des données à la sortie du filtre est constituée par le jeu de trois compteurs, deux inverseurs et une porte XOR (ou exclusif). Elle commande deux multiplexeurs qui délivrent soit les signaux issues du filtre, soit des valeurs nulles selon l'état de la sortie de la porte XOR.

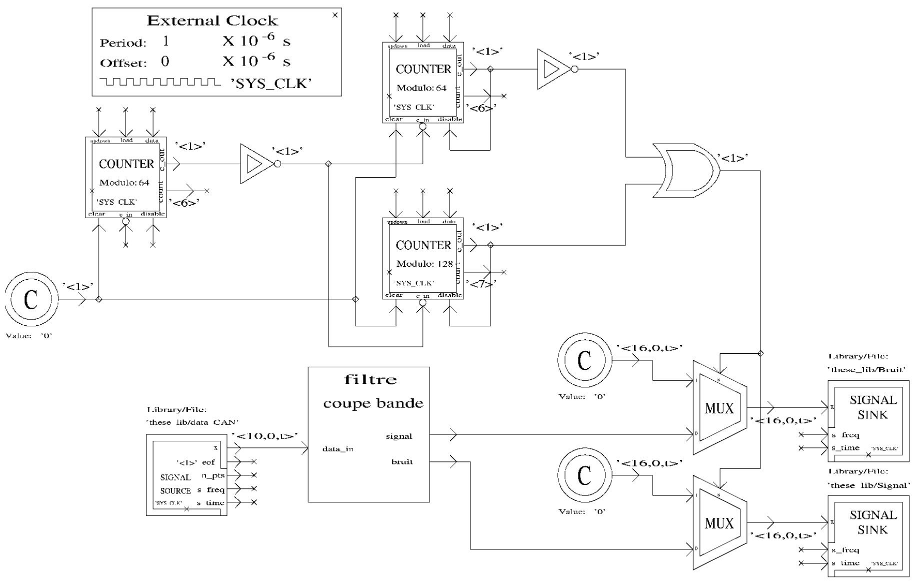


Figure IV. 19 : Architecture du système de validation des données issues du filtre.

Le circuit est constitué de deux compteurs modulo 64 (6 bits) et un compteur modulo 128 (7 bits). Le premier compteur 6 bits délivre un dépassement chaque 64 coup d'horloge, ce dépassement est utilisé comme une entrée pour le deuxième compteurs 6 bits et le compteur 7 bits. Le deuxième compteur 6 bits va présenter un dépassement autour du 64*64=4096ième échantillon. Ce dépassement est utilisé pour bloquer l'état de ce compteur. Le compteur 7 bits va présenter un dépassement au tour du 64*128=8192ième échantillon. Ce dépassement va être utiliser pour bloquer l'état de ce compteur. Le chronogramme de la figure IV. 20 illustre le fonctionnement du système.

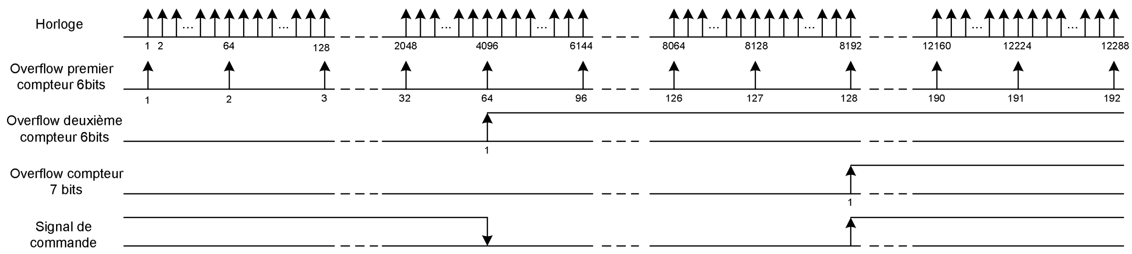


Figure IV. 20 : Chronogramme des horloges.

Le système de la figure IV. 19 est simulé sous SPW, le spectre des données issues du CAN est montré dans la figure IV.21. Les données issues des sortie passe bande et coupe bande ainsi que leurs spectres respectifs sont illustrés dans les figures IV. 22, IV. 23, IV. 24 et IV. 25. Dans le tableau IV. 6 on résume l'ensemble des ressources nécessaires pour la réalisation du filtre coupe bande.

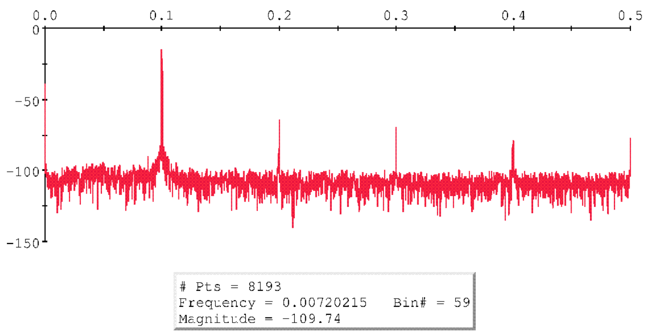


Figure IV. 21 : Spectre du signal à l'entrée du filtre.

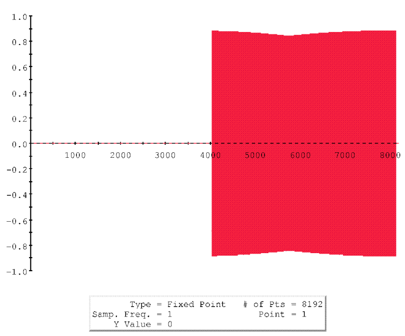


Figure IV. 22 : Allure du signal à la sortie passe bande du filtre sur 4096 échantillons.

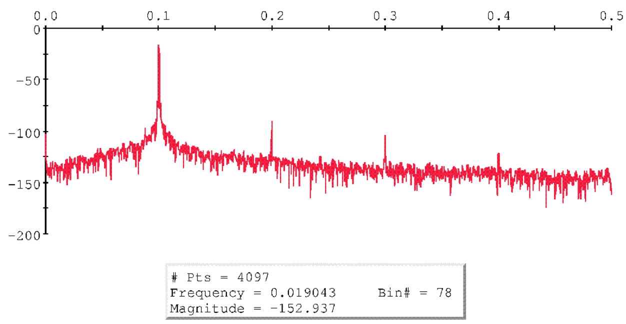


Figure IV. 23 : Spectre du signal à la sortie passe bande du filtre.

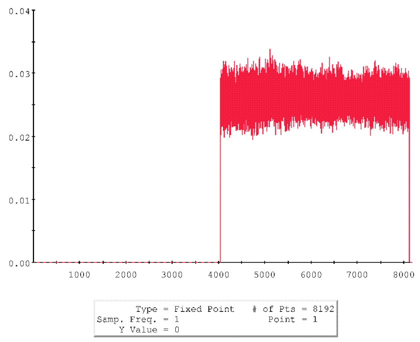


Figure IV. 24 : Allure du signal à la sortie coupe bande du filtre sur 4096 échantillons.

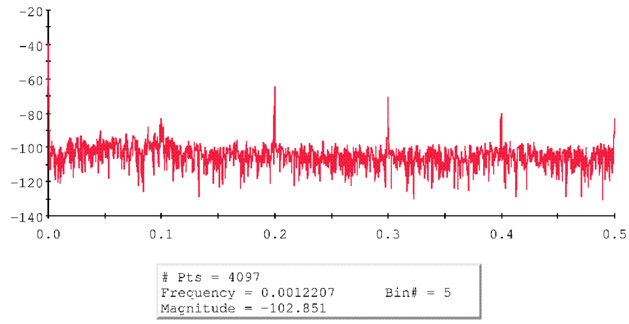


Figure IV. 25 : Spectre du signal à la sortie coupe bande du filtre.

Eléments	**Nombre**	**Arithmétique**
Registre à décalage (z^{-1})	2	16 bits
Registre à retard (2^{-N})	1	16 bits
Coefficient	3	16 bits
Additionneurs	5	16 bits
Soustracteurs	1	16 bits
Compteur modulo 64	2	6 bits
Compteur modulo 128	1	7 bits
Inverseur 1bit	2	1 bit
Porte ou exclusif XOR	1	1 bit
Multiplexeur	2	16 bits
Constante	1	16 bits

Tableau IV. 6 : Complexité du filtre coupe bande.

c. Calcul de puissances

Une fois les composantes spectrales isolées, nous calculons leurs puissances. Le schéma utilisé pour l'implantation est illustré dans la figure IV. 26.

Les figures IV. 27 et IV. 28 montrent l'évolution temporelle des puissances de la raie fondamentale et du bruit. Une fois le calcul effectué, les valeurs de la puissance reste mémorisées dans les registres de sorties. Dans le Tableau IV. 8 on montre les valeurs mesurées avec CANTEST par FFT et celles calculées avec le filtre coupe bande. Dans le tableau IV. 7 on résume l'ensemble des ressources nécessaires pour le réalisation de l'unité de calcul.

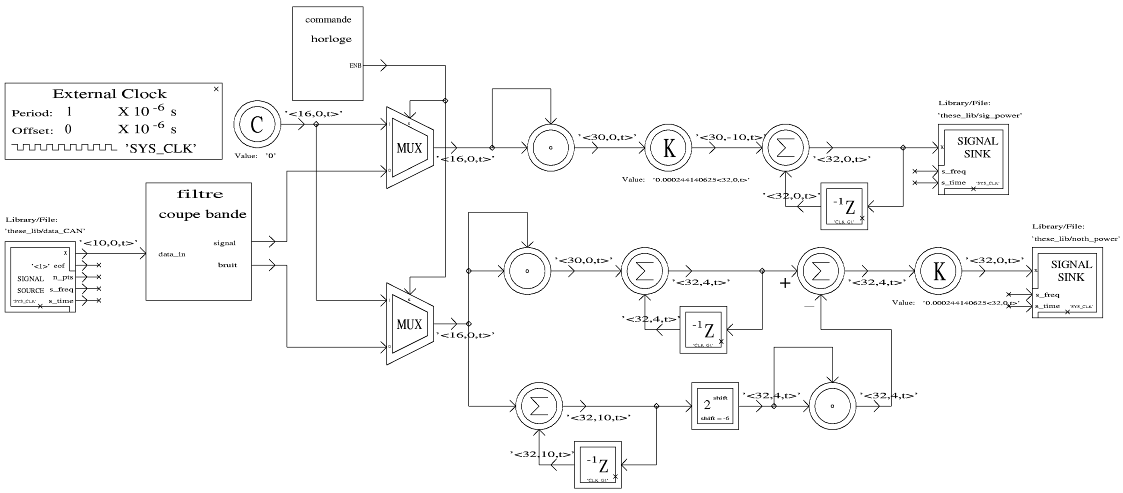


Figure IV. 26 : Calcul des puissances du fondamental et du bruit.

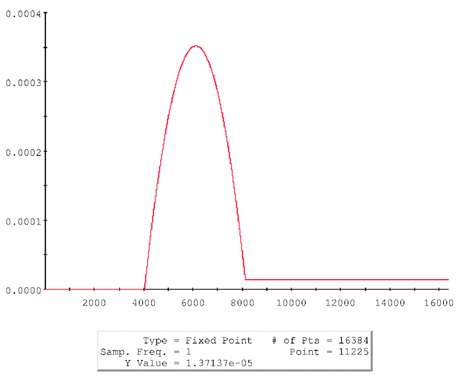


Figure IV. 27 : évolution temporelle de la puissance du bruit.

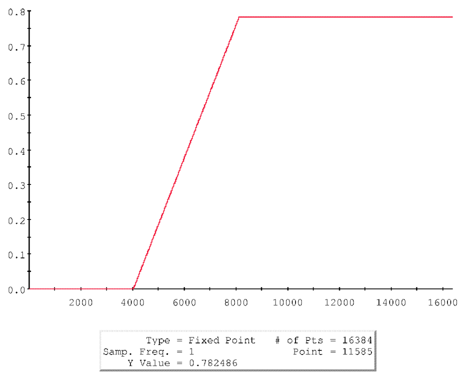


Figure IV. 28 : évolution temporelle de la puissance du fondamental.

Eléments	Nombre	Arithmétique
Registre à décalage (z^{-1})	3	32 bits
Registre à retard (2^{-N})	1	32 bits
Additionneurs	3	32 bits
Multiplieurs	3	32 bits
Soustracteurs	1	32 bits
Coefficients	2	32 bits

Tableau IV. 7 : Complexité de l'unité de calcul.

	FFT	Filtrage
Puissance de la raie fondamentale	-1.07 dB	-1.065 dB (0.782486)
Puissance du bruit	-48.33 dB	-48.628 dB (1.37137E-05)
SINAD	47.26 dB	47.56 dB

Tableau IV. 8 : Comparaison entre les valeurs simulées sous SPW et celle calculées par FFT.

Si on veut calculer la valeur du *SINAD* plutôt que présenter les valeurs des puissances, il suffit d'ajouter une opération de division entre les deux puissances. La figure IV. 29 représente l'évolution temporelle du paramètre *SINAD*.

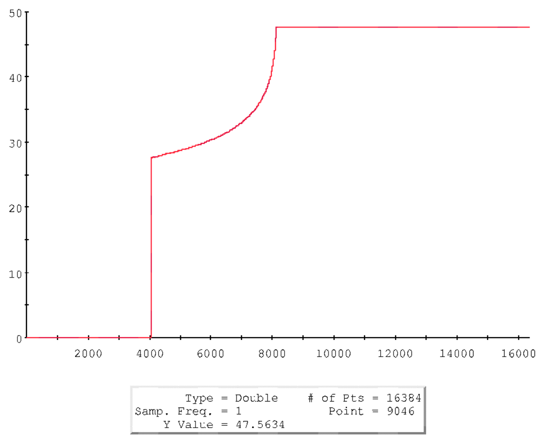


Figure IV. 29 : évolution temporelle du paramètre SINAD.

III.2.2. Banc de filtres

Le banc de filtres est constitué d'un réseau de résonateurs de type LDI. Pour limiter les exigences de l'implantation physique par rapport au composant disponible (FPGA), nous sommes limité au troisième harmonique. Ce qui implique que le banc contient 6 cellules résonateurs et délivre 4 sortie : les trois harmoniques et le bruit.

a. Conception du banc de filtre

Dans la figure IV. 30 on donne le schéma d'implantation utilisé pour le banc de filtre. Une arithmétique 16 bits est choisie. Le filtre est simulé avec des données issues du THS1060. Le système de la figure IV. 30 est simulé sous SPW, le spectre des données issues du CAN est montré dans la figure IV. 21. Les données issues de la sortie passe bande correspondante au fondamental ainsi que son spectre sont illustrées dans les figures IV. 31 et IV.32. Comme prévu, seul le fondamental est présent dans le spectre, les autres harmoniques ayant été éliminées. Les données issues de la sortie coupe bande correspondante au bruit ainsi que son spectre sont donnés dans les figures IV. 33 et IV.34. Les deux autres sorties passe bande délivrent les deux autres harmoniques ; elle sont données avec leurs spectres dans les figures IV. 35, IV. 36, IV. 37 et IV. 38.

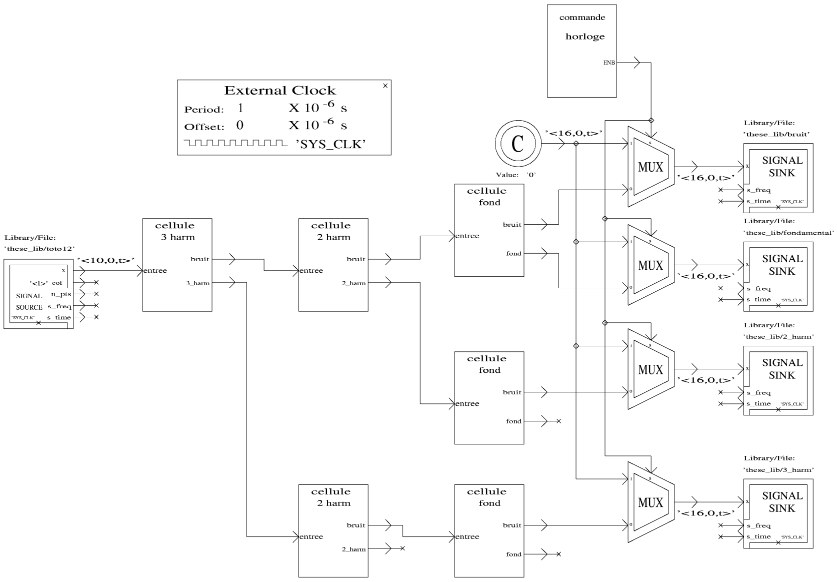


Figure IV. 30 : Architecture du banc de filtre sous SPW.

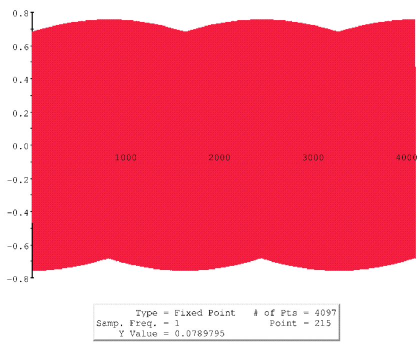


Figure IV. 31 : Allure du signal à la sortie passe bande accordé sur le fondamental du banc de filtre.

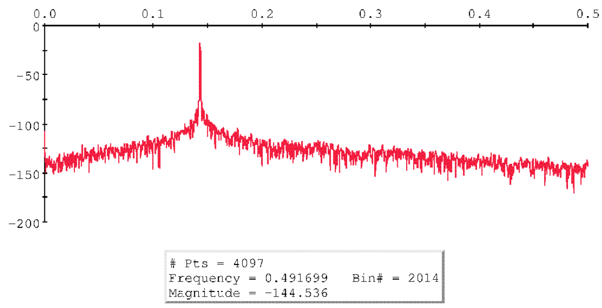


Figure IV. 32 : Spectre du signal à la sortie passe bande accordé sur le fondamental du banc de filtre.

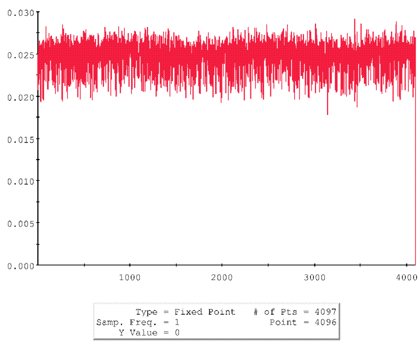


Figure IV. 33 : Allure du signal à la sortie coupe bande du banc de filtre correspondante au bruit.

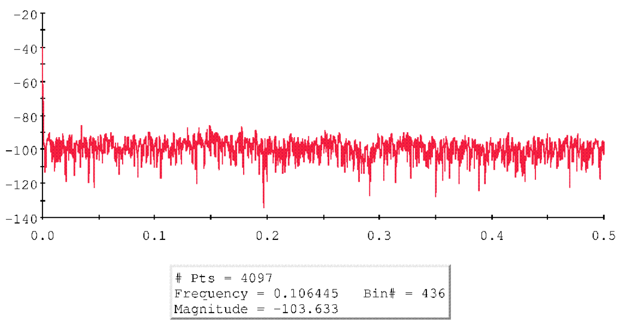


Figure IV. 34 : Spectre du signal à la sortie coupe bande du banc de filtre correspondante au bruit.

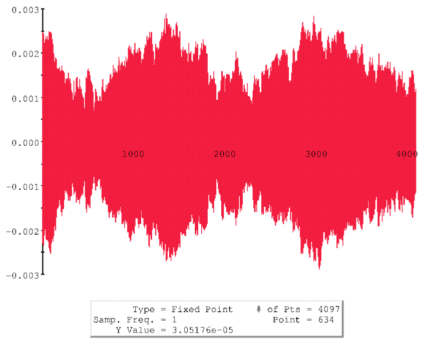


Figure IV. 35 : Allure du signal à la sortie passe bande accordé sur le deuxième harmonique du banc de filtre.

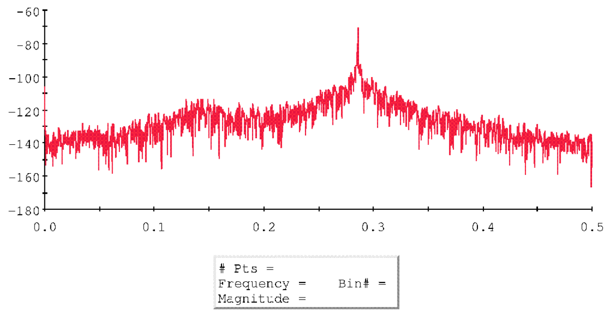


Figure IV. 36 : Spectre du signal à la sortie passe bande accordé sur le deuxième harmonique du banc de filtre.

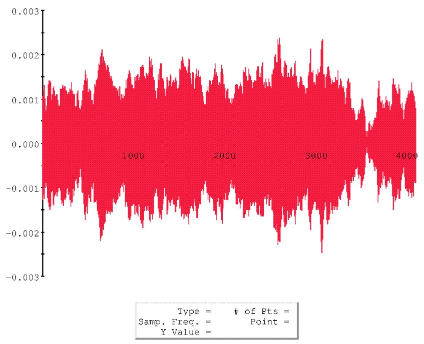


Figure IV. 37 : Allure du signal à la sortie passe bande accordé sur le troisième harmonique du banc de filtre.

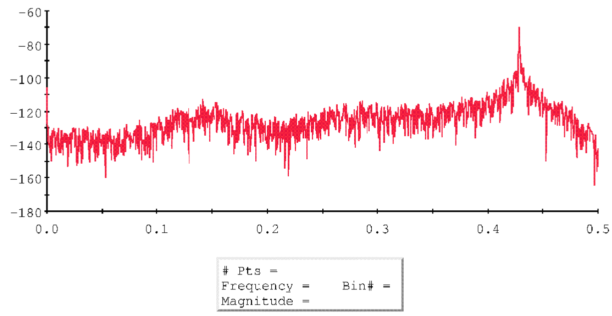


Figure IV. 38 : Spectre du signal à la sortie passe bande accordé sur le troisième harmonique du banc de filtre.

Eléments	**Nombre**	**Arithmétique**
Registre à décalage (z^{-1})	12	16 bits
Registre à retard (2^{-N})	6	16 bits
Coefficient	18	16 bits
Additionneurs	30	16 bits
Soustracteurs	6	16 bits
Compteurs modulo 64	2	6 bits
Compteurs modulo 64	1	7 bits
Inverseur	2	1 bits
Porte XOR	1	1 bits
Multiplexeurs	4	16 bits
Constante	1	16 bits

Tableau IV. 9 : Complexité du banc de filtre.

b. Calcul de puissances

Comme pour le filtre coupe bande, on a simulé la structure du banc avec des données issues du THS1060, figure IV. 39.

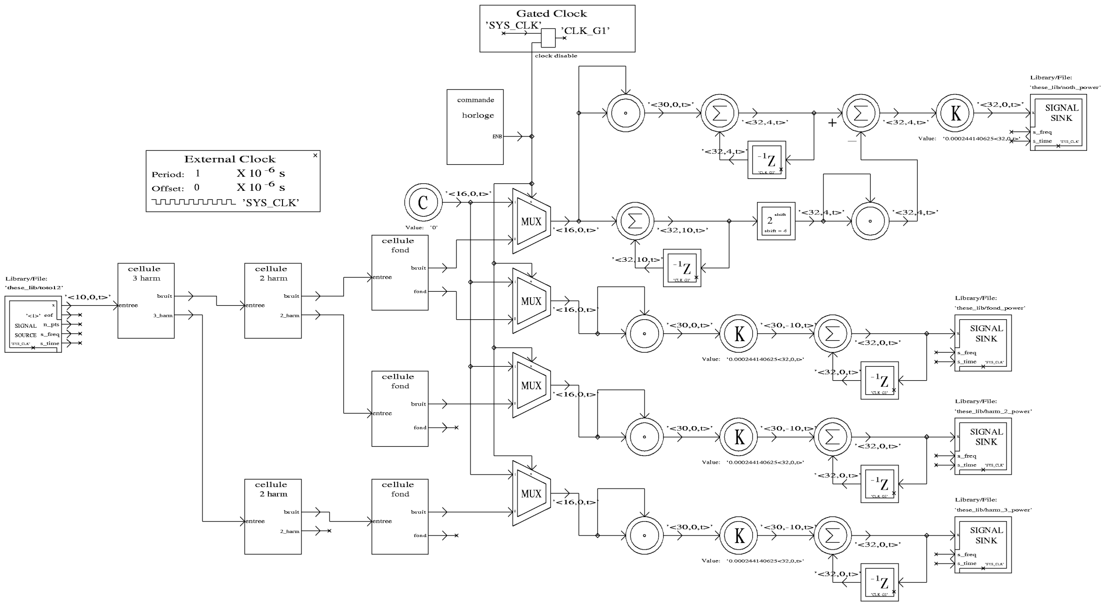


Figure IV. 39 : Calcul des puissances des harmoniques.

Les figures IV. 40 et IV. 41 montrent l'évolution temporelle des puissances de la raie fondamentale et du bruit. Les figures IV. 42 et IV.43 montrent l'évolution temporelle des puissances de la deuxième et la troisième harmoniques. Une fois le calcul effectué, les valeurs des puissances restent mémorisées dans les registres de sortie. Dans le Tableau IV. 10, on montre les valeurs mesurées avec CANTEST par FFT et celles calculées avec le banc de filtre. Dans le tableau IV. 11, on résume l'ensemble des ressources nécessaires pour la réalisation de l'unité de calcul.

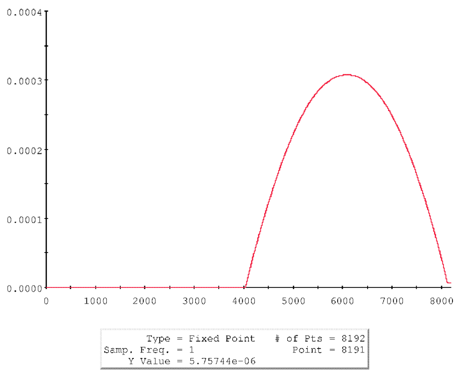


Figure IV. 40 : évolution temporelle de la puissance du bruit.

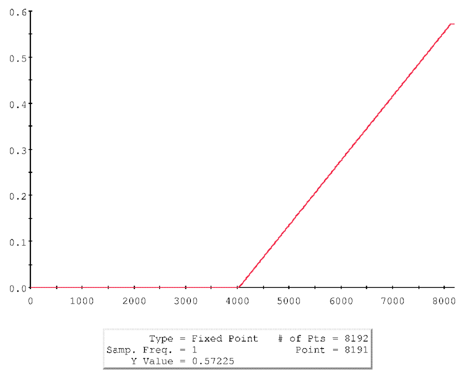


Figure IV. 41 : évolution temporelle de la puissance du fondamental.

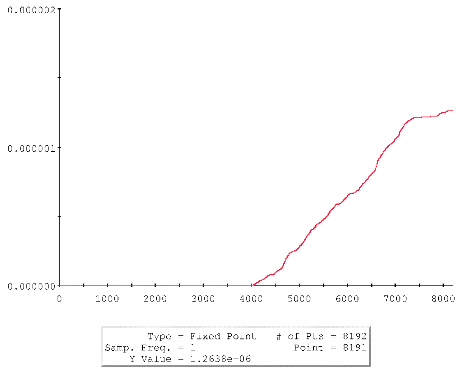


Figure IV. 42 : évolution temporelle de la puissance du deuxième harmonique.

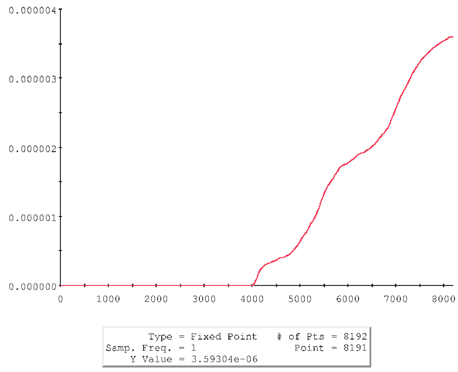


Figure IV. 43 : évolution temporelle de la puissance du troisième harmonique.

	FFT	Filtrage
Puissance de la raie fondamentale	-2.42 dB	-2.424 dB (0.57225)
Puissance du bruit	-51.49 dB	-52.39 dB (5.75744E-06)
Puissance de la deuxième harmonique	-58.11 dB	-58.98 dB (1.2638E-06)
Puissance de la troisième harmonique	-54.58 dB	-54.44 dB(3.59304E-06)
SNR	49.07 dB	49.97 dB
THD	-50.29 dB	-50.71 dB

Tableau IV. 10 : Comparaison entre les valeurs simulées sous SPW et celle calculées par FFT.

Si on veut calculer la valeur du *SNR* et de la *THD* plutôt que présenter les valeurs des puissances, il suffit d'ajouter des opérations d'additions et de division entre les puissances. Les figures IV. 44 et IV. 45 représentent l'évolution temporelle de paramètres *SNR* et *THD*.

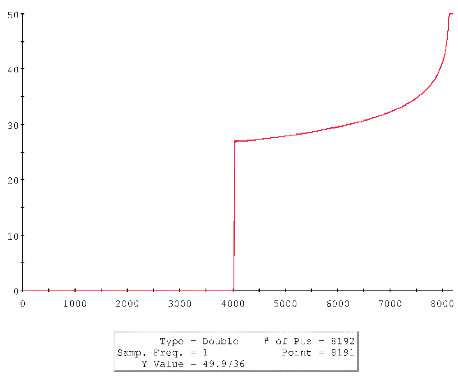


Figure IV. 44 : évolution temporelle du paramètre SNR.

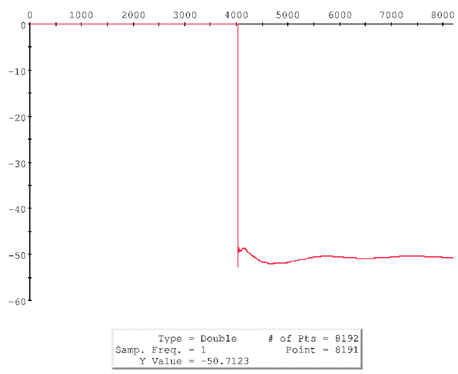


Figure IV. 45 : évolution temporelle du paramètre THD.

Eléments	Nombre	Arithmétique
Registre à décalage (z^{-1})	5	32 bits
Registre à retard (2^{-N})	1	32 bits
Additionneurs	5	32 bits
Multiplieurs	5	32 bits
Soustracteurs	1	32 bits
Coefficients	4	32 bits

Tableau IV. 11 : Complexité de l'unité de calcul.

IV. Réalisations des circuits

Le système complet a été simulé sous SPW. Pour les fonctions numériques représentées en arithmétique « bit fini », le logiciel permet de générer une description en langage VHDL structurel niveau RTL.

Par la suite, chaque description VHDL des structures simulées (génération du signal et analyse des données) est compilée et validée sous la plate forme Synopsys. La synthèse des fichiers VHDL est réalisée par le logiciel FPGA Express. Le routage des circuits est réalisé par l'outil Fundation de Xilinx. Les prototypes sont implantés ensuite dans des composant type FPGA.

Un banc de test a été spécialement mis en œuvre pour le test des circuits. Le banc comprend une carte prototype de Xilinx, carte Demo de Texas Instrument pour le THS1060, des générateurs de signaux et le banc de mesure CANTEST. Pour l'implantation des circuits prototypes, on dispose d'une carte HW-AFX-PQ240 dans la quelle un composant de type FPGA est monté en boiter PQ240. Le composant est un Virtex XCV300 qui comporte 300 000 portes logiques. L'ensemble carte et composant peuvent fonctionner jusqu'à 20 MHz selon la complexité du circuit à télécharger dans le composant Virtex.

Deux configurations pour le test sont possibles. La première permet l'acquisition du bitstream à la sortie des oscillateurs suréchantillonnés. La deuxième permet l'acquisition des signaux à la sortie du banc de filtre.

IV.1. Oscillateurs suréchantillonnés

IV.1.1. Méthode de test

La figure IV. 46 représente le synoptique du banc de test. La première étape consiste à télécharger le fichier de configuration dans l'EPROM (XV18V02) qui programme le composant Virtex depuis le PC via le câble JTAG. Une fois le composant configuré, on délivre un signal d'horloge pour la carte HW-AFX et l'oscillateur délivre le bitstream. L'acquisition des données est faite par le biais d'un analyseur logique HP16500 piloté par un Macintosh via un câble GPIB. La recombinaison des bitstreams ainsi que leur transformé de Fourrier rapide (FFT) sont effectués au moyen du logiciel CANTEST.

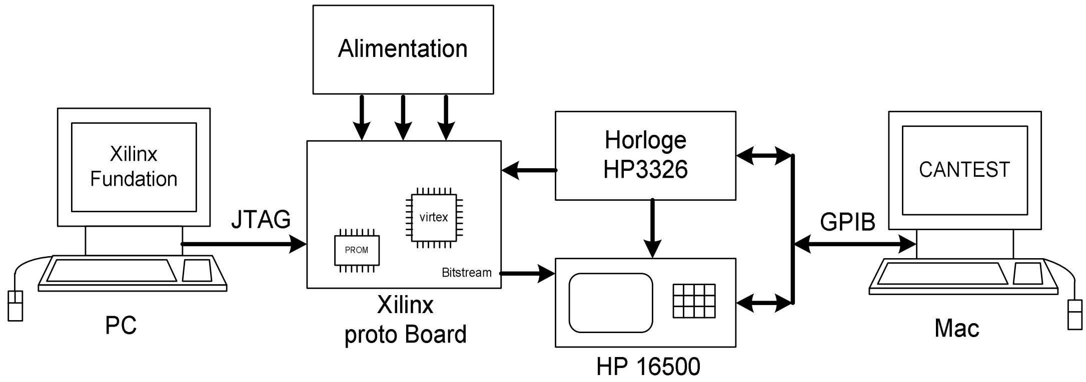


Figure IV. 46 : Synoptique du banc de test des oscillateurs ΣΔ.

IV.1.2. Mesures pour l'oscillateur passe bas

La mesure des performances s'est effectuée à une fréquence d'échantillonnage de 2.56 MHz. Le signal de sortie de l'oscillateur est un bit stream qui code un signal sinusoïdal de fréquence 4 kHz. La figure IV. 47 montre l'allure du spectre du signal à la sortie de l'oscillateur *ΣΔ*, tandis que la figure IV. 48 montre l'allure du spectre dans la bande audio.

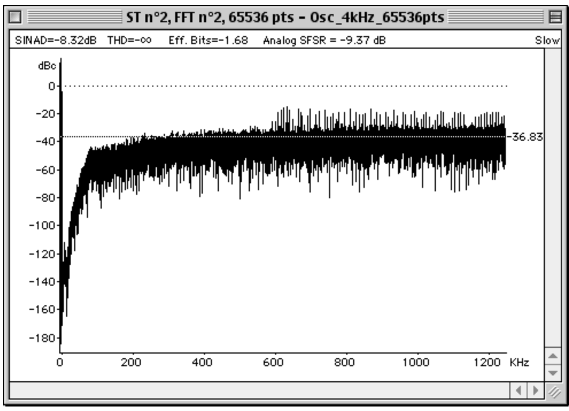


Figure IV. 47 : Allure du spectre de signal mesuré à la sortie de l'oscillateur ΣΔ passe bas d'ordre 4.

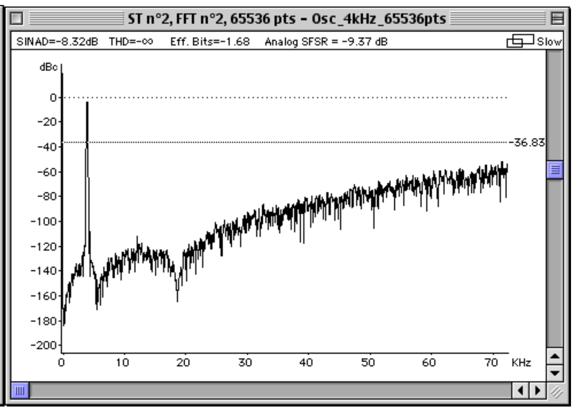


Figure IV. 48 : Allure du spectre de signal mesuré à la sortie dans la bande audio.

On voit alors que le bruit est inférieur à 110 dB jusqu'à une fréquence de 20 kHz. Un filtre passe bas avec cette fréquence de coupure pourra fournir une sinusoïde de qualité spectrale supérieure à 12 bits.

IV.1.3. Mesure pour l'oscillateur passe bande

La mesure des performances s'est effectuée à une fréquence d'échantillonnage de 4 MHz. Le signal de sortie de l'oscillateur est un bit stream qui code un signal sinusoïdal de fréquence 1 MHz. La figure IV. 49 montre l'allure du spectre du signal à la sortie de l'oscillateur *ΣΔ*, tandis que la figure IV. 50 montre l'allure du spectre dans la bande du signal.

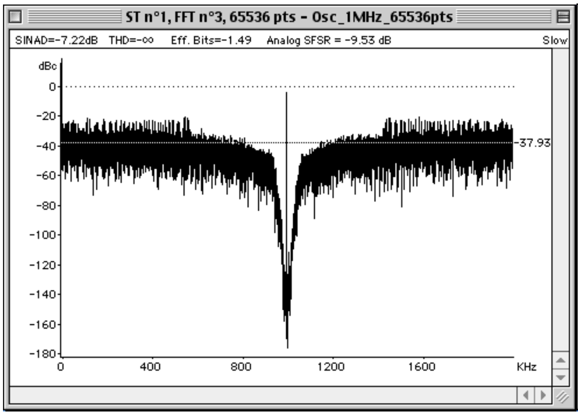


Figure IV. 49 : Allure du spectre de signal mesuré à la sortie de l'oscillateur ΣΔ passe bande d'ordre 8.

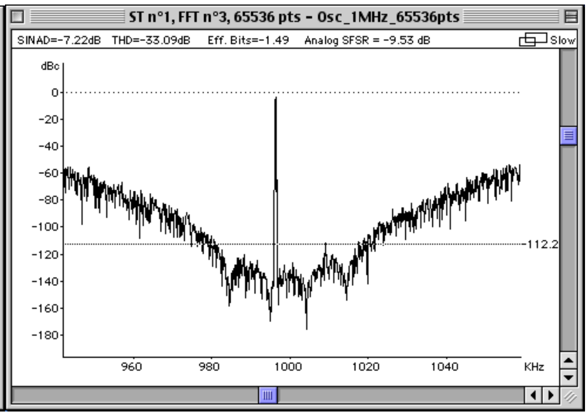


Figure IV. 50 : Allure du spectre de signal mesuré à la sortie autour de la fréquence centrale 1 MHz.

Les mêmes constatations sur la qualité spectrale du signal peuvent être apportées.

IV.1.4. Filtres analogiques

a. Le filtre passe bas

La figure IV. 47 représente le spectre mesuré sous CANTEST de l'oscillateur *ΣΔ* passe bas d'ordre 4. On notera le niveau du plancher de bruit assez bas dans la bande audio (-100 dB), figure IV. 48. Donc le filtre analogique passif qui va suivre doit atténuer le bruit dans la bande (supérieur à 15 kHz). Pour garantir un niveau de bruit de plus 100 dB sur toute gamme de fréquences le filtre passif doit être passe bas avec une atténuation de 3 dB à partir de 15 kHz pour atteindre 100 dB à 80 kHz.

Dans l'annexe B, on détaille les méthodes de synthèse de filtre passifs passe bas. La fonction de transfert du filtre de Chebychev type 1 du 5e ordre qui satisfait le Gabarit voulu est la suivante :

$$T(S)=\frac{3{,}045\ 10^{24}}{S^5+1{,}644\ 10^5\times S^4+2{,}461\ 10^{10}\times S^3+2{,}007\ 10^{15}\times S^2+1{,}133\ 10^{20}\times S+3{,}045\ 10^{24}} \quad (V\text{ - }1)$$

Le schéma électrique correspondant est donné à travers la figure IV. 51. Le calcul de toutes les valeurs des composants passifs (capacités et selfs) est détaillé dans l'annexe B.

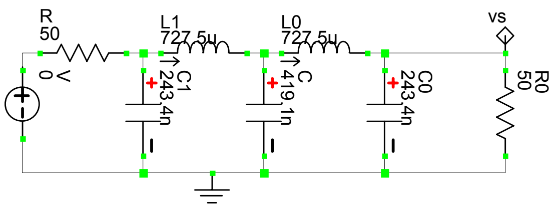


Figure IV. 51 : Filtre passe-bas de Chebychev type 1 de 5e ordre.

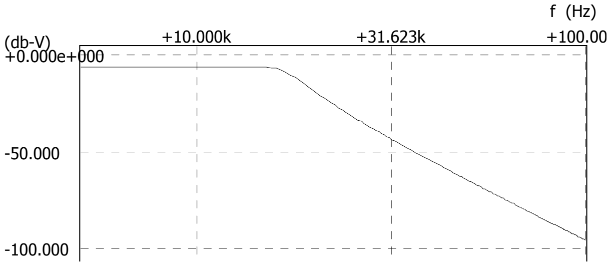


Figure IV. 52 : courbe de réponse du filtre de Chebychev type 1.

b. Le filtre passe bande

La figure IV. 49 représente le spectre mesuré sous CANTEST de l'oscillateur $\Sigma\Delta$ passe bande d'ordre 8. On notera le niveau du plancher de bruit assez bas autour de la fréquence de 1 MHz (-100 dB), figure IV. 50. Le filtre analogique passif qui va suivre doit atténuer le bruit dans la bande (980 kHz-1020 kHz). Pour garantir un niveau de bruit de 100 dB sur toute la gamme de fréquences, le filtre passif doit être passe bande avec une atténuation de 100 dB hors de la bande transmise (980 kHz-1020 kHz).

La fonction de transfert du filtre de Chebychev type 1 du 7e ordre qui satisfait au gabarit voulu est la suivant :

$$
\begin{aligned}
T(S)=&\frac{8{,}656\ 10^{35} * S^7}{\left(S^2+1{,}605\ 10^4 S+4{,}072\ 10^{13}\right)\left(S^2+1{,}556\ 10^4 S+3{,}825\ 10^{13}\right)}\times\\
&\frac{1}{\left(S^2+4{,}484\ 10^4 S+4{,}047\ 10^{13}\right)\left(S^2+4{,}373\ 10^4 S+3{,}849\ 10^{13}\right)}\times\\
&\frac{1}{\left(S^2+6{,}443\ 10^4 S+4{,}002\ 10^{13}\right)\left(S^2+6{,}354\ 10^4 S+3{,}892\ 10^{13}\right)}\times\\
&\frac{1}{\left(S^2+7{,}102\ 10^4 S+3{,}947\ 10^{13}\right)}
\end{aligned}
\qquad (V - 2)
$$

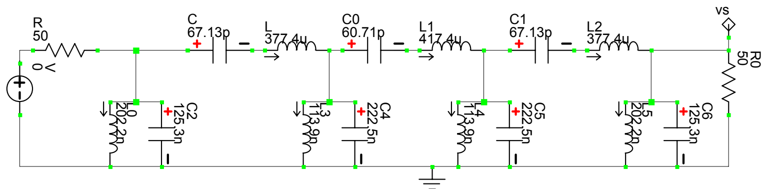


Figure IV. 53 : Filtre passe-bande de Chebychev type 1 du 7e ordre.

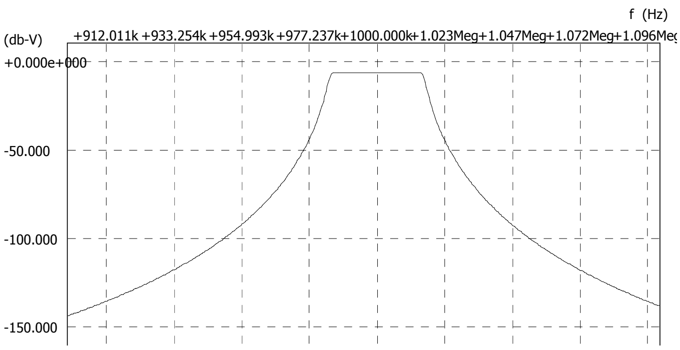


Figure IV. 54 : courbe de réponse du filtre de Chebychev type 1.

IV.2. L'unité d'extraction

IV.2.1. Méthode de test

La figure IV. 55 donne le synoptique du banc de test. Comme pour la configuration précédente, il faut d'abord télécharger le fichier de configuration dans l'EPROM qui programme le composant Virtex depuis le PC via le câble JTAG. Une fois le composant configuré, on délivre un signal sinusoïdal et un signal d'horloge pour la carte demo de Texas Instrument afin que le THS1060 délivre des données numériques. Ces données sont connectées à la carte HW-AFX et le banc de filtre délivre les signaux issues des sorties passe bande et coupe bande. L'acquisition des données est faite par le biais d'un analyseur logique HP16500 piloté par un Macintosh via un câble GPIB. La recombinaison des signaux numériques ainsi que leur transformé de Fourrier rapide (FFT) sont effectuées au moyen du logiciel CANTEST.

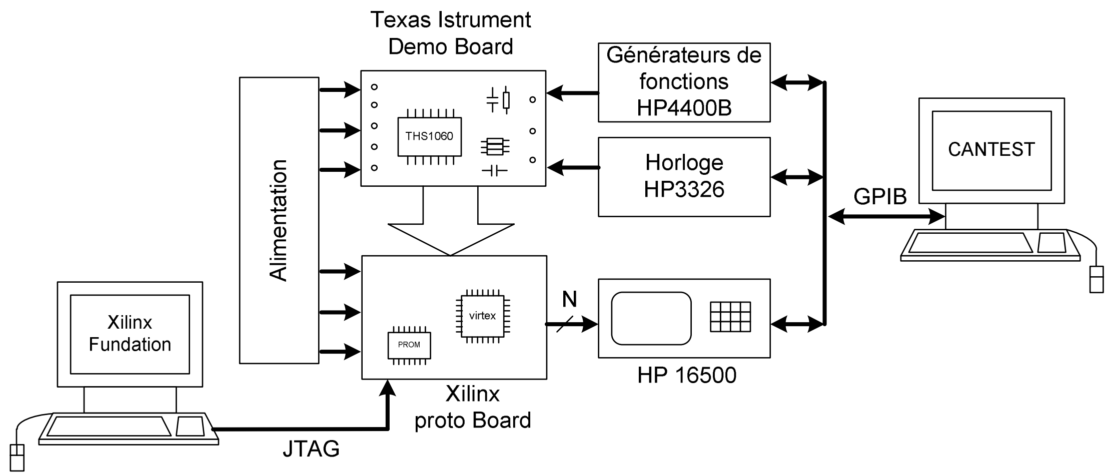
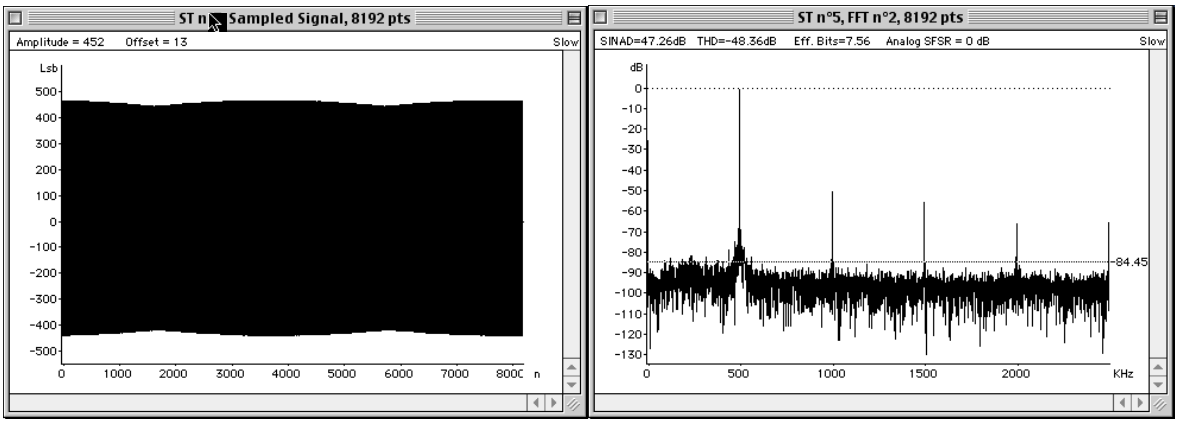


Figure IV. 55 : Synoptique du banc de test des unités d'analyse (filtrage + unité de calcul).

IV.2.2. Filtre coupe bande

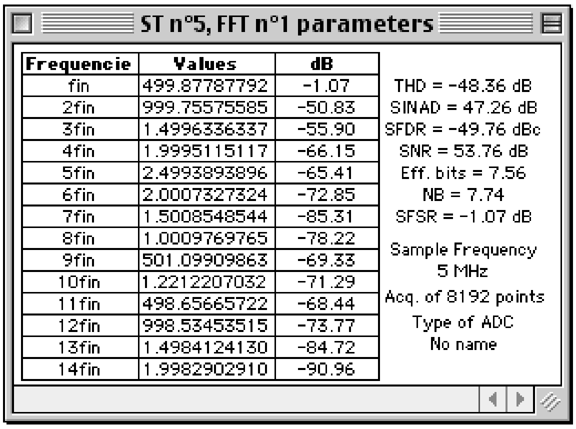
Après synthèse du circuit numérique correspondant au filtre coupe bande sous l'outil Synopsys, il s'avère que la vitesse de fonctionnement maximale du composant FPGA est de 5 MHz. Les prototypes FPGA ne peuvent prétendre fonctionner à des fréquences de travail supérieure à quelques MHz. Son rôle est de valider matériellement les fonctions numériques à réaliser tout en offrant une souplesse de programmation permettant de faire évoluer l'architecture choisie dans le but de s'adapter à d'autres technologie et notamment le « full-custom » (ASIC).

Pour évaluer les performances du couple filtre coupe-bande et unité de calcul implanté dans le composant FPGA Virtex, on réalise une acquisition avec le THS1060 pour un signal d'entrée de 500 kHz, la fréquence de l'horloge est de 5 MHz. Fréquence à laquelle la carte prototype de Xilinx peut fonctionner. Cependant, on ne dispose pas de filtre à 500 kHz pour améliorer la qualité du signal à l'issue du générateur de fonction HP4400B. C'est pour quoi le THS1060 présente des résultats moins performant que ceux fournis en chapitre III où on a ajouter un filtre analogique passe bande à 5 MHz à la sortie du générateur HP4400B. Les données numériques ainsi que le spectre sont présentées dans la figure IV.58. Le différents paramètres spectraux du THS1060 sont calculés par FFT et fournis par le logiciel CANTEST (figure IV. 57).



(a) *(b)*

Figure IV. 56 : Données mesurées à la sortie du THS1060 (a), ainsi que le spectre (b).

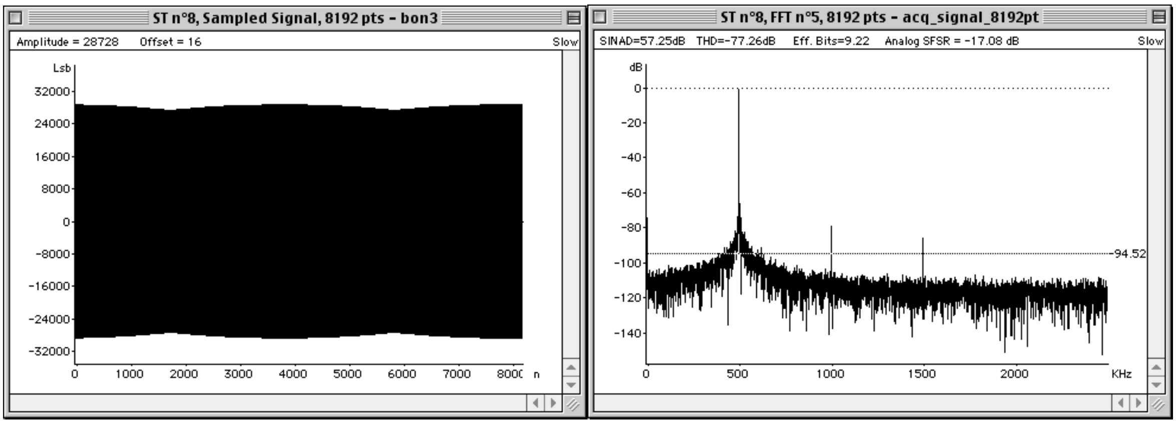


Frequencie	Values	dB
fin	499.87787792	-1.07
2fin	999.75575585	-50.83
3fin	1.4996336337	-55.90
4fin	1.9995115117	-66.15
5fin	2.4993893896	-65.41
6fin	2.0007327324	-72.85
7fin	1.5008548544	-85.31
8fin	1.0009769765	-78.22
9fin	501.09909863	-69.33
10fin	1.2212207032	-71.29
11fin	498.65665722	-68.44
12fin	998.53453515	-73.77
13fin	1.4984124130	-84.72
14fin	1.9982902910	-90.96

THD = -48.36 dB
SINAD = 47.26 dB
SFDR = -49.76 dBc
SNR = 53.76 dB
Eff. bits = 7.56
NB = 7.74
SFSR = -1.07 dB
Sample Frequency
5 MHz
Acq. of 8192 points
Type of ADC
No name

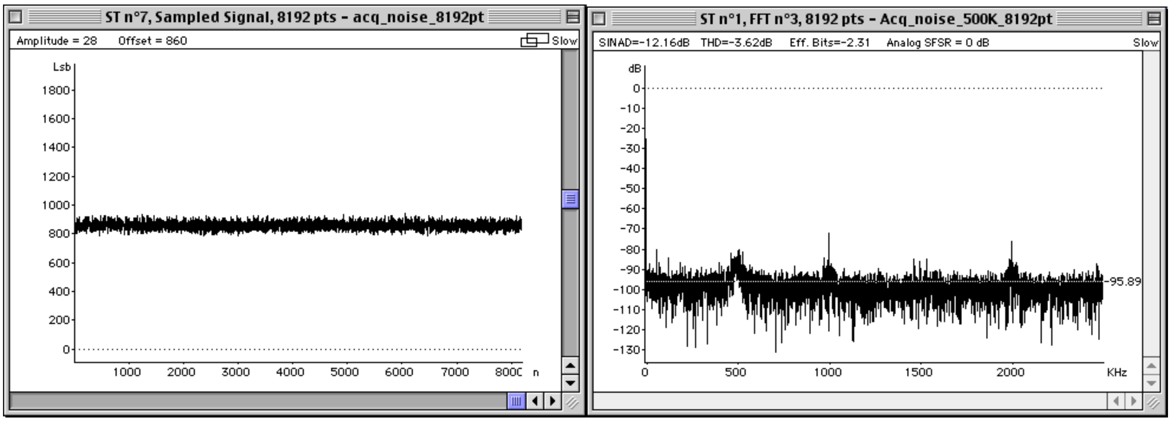
Figure IV. 57 : Paramètres spectraux du THS1060.

Dans un premier temps, nous avons implanté dans le composant FPGA Virtex uniquement le filtre coupe bande. Les figures IV. 58 et V. 59 représentent respectivement les données issues de la sortie passe bande, pour le fondamental, et la sortie coupe bande pour le bruit.



(a) *(b)*

Figure IV. 58 : Allure du signal mesuré à la sortie passe bande (a), et son spectre (b).

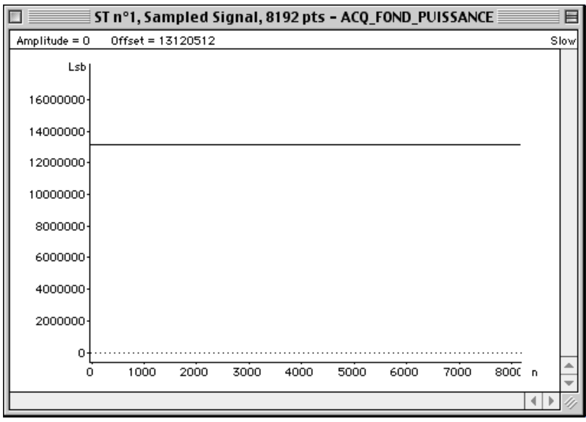


(a) *(b)*

Figure IV. 59 : du signal mesuré à la sortie coupe bande (a), et son spectre (b).

L'acquisition étant réalisée sur un pod de 16 bits de l'analyseur logique HP16500, les données sont affichées entre ± 32768 LSB.

Dans une deuxième étape, nous avons implanté dans le composant FPGA Virtex l'unité de calcul avec le filtre coupe bande. Les figures IV. 60 et V. 61 représentent respectivement les valeurs des puissances du fondamental et du bruit. Dans ce cas l'acquisition est réalisée sur un pod de 24 bits de l'analyseur logique HP16500, les données sont affichées entre 0 et 16777216 LSB. La valeur mesurée de la puissance du fondamental étant de 13120512 LSB, elle correspond à la valeur linéaire 0.782043 de la pleine échelle (-1.067 dB). La valeur mesurée de la puissance du bruit étant de 230 LSB, elle correspond à la valeur linéaire 1.37090683E-07 par rapport à la pleine échelle (-48.62 dB). Le tableau IV. 12 résume l'ensemble des valeurs mesurées tout en les comparant à ceux calculées par FFT.



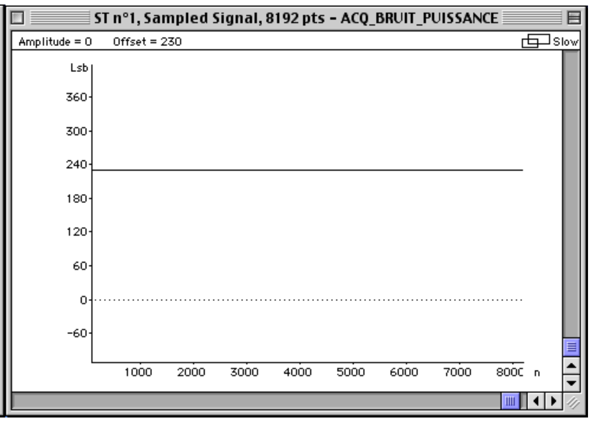


Figure IV. 60 : Valeur mesurée de la puissance du fondamental.

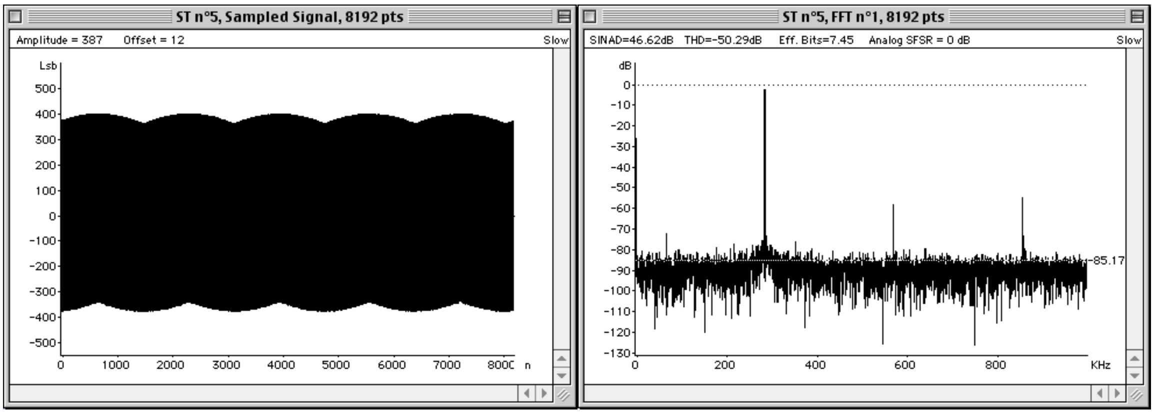
Figure IV. 61 : Valeur mesurée de la puissance du bruit.

	FFT	Filtrage
Puissance de la raie fondamentale	-1,07 dB	-1.067 dB (0.782043)
Puissance du bruit	-48.33 dB	-48.62 dB (1.37090683E-05)
SINAD	47.26 dB	47.55 dB

Tableau IV. 12 : Comparaison entre les valeurs mesurées et celle calculées par FFT.

IV.2.3. Banc de filtre

Après synthèse du circuit numérique correspondant au banc de filtre sous l'outil Synopsys, il s'avère que la vitesse de fonctionnement maximale du composant FPGA est de 2 MHz. Pour évaluer les performances du système banc de filtre et unité de calcul implanté dans le composant FPGA Virtex, on a réalisé une acquisition avec le THS1060 où le signal d'entrée a une fréquence de 285 kHz, la fréquence de l'horloge étant de 2 MHz. Ce choix limite le nombre de raies harmoniques à trois. Ce qui correspond à l'architecture implantée dans le FPGA. Les données numériques ainsi que le spectre sont présentés dans la figure IV. 62. Le différents paramètres spectraux du THS1060 calculés par FFT et fournis par le logiciel CANTEST sont donnés dans la figure IV. 63.



(a) *(b)*

Figure IV. 62 : Données mesurées à la sortie du THS1060 (a), ainsi que le spectre (b).

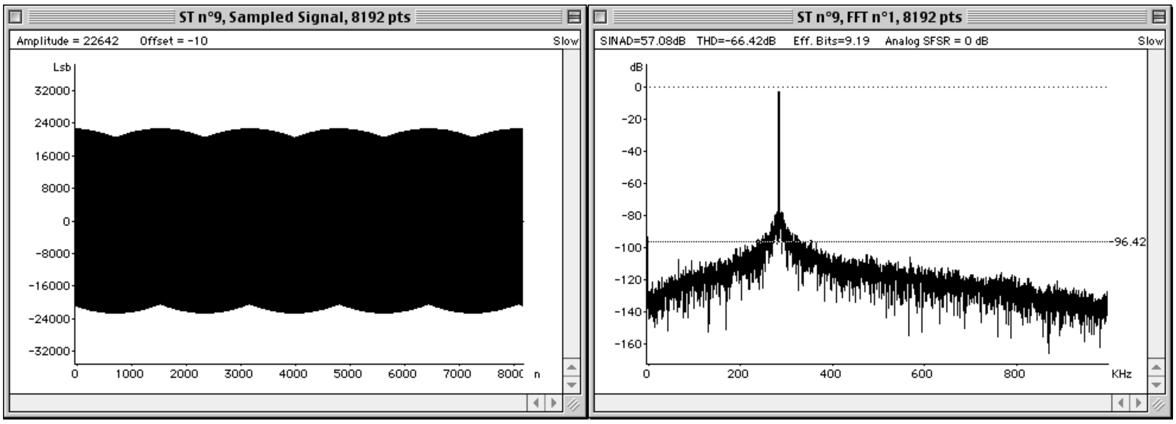
ST n°5, FFT n°1 parameters

Frequencie	Values	dB
fin	285.88867187	-2.42
2fin	571.77734375	-58.11
3fin	857.66601562	-54.68
4fin	856.4453125	-68.62
5fin	570.55664062	-70.91
6fin	284.66796875	-66.99
7fin	1.220703125	-73.39
8fin	287.109375	-67.38
9fin	572.99804687	-86.18
10fin	858.88671875	-73.84
11fin	855.22460937	-89.72
12fin	569.3359375	-91.82
13fin	283.44726562	-81.17
14fin	2.44140625	-86.91

THD = -50.29 dB
SINAD = 46.62 dB
SFDR = -52.26 dBc
SNR = 49.07 dB
Eff. bits = 7.45
NB = 7.85
SFSR = -2.41 dB
Sample Frequency
2 MHz
Acq. of 8192 points
Type of ADC
No name

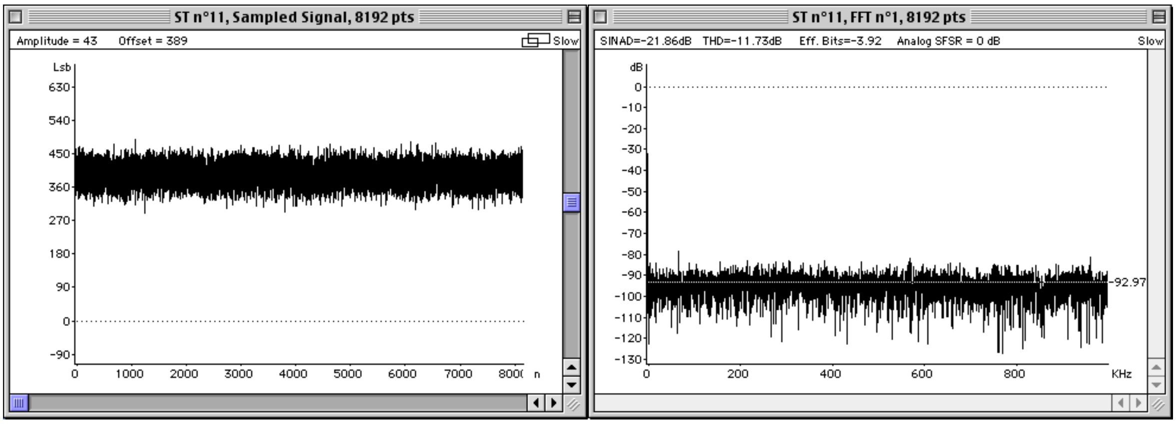
Figure IV. 63 : Paramètres spectraux du THS1060.

Dans un premier temps, nous avons implanté dans le composant FPGA Virtex uniquement le banc de filtre. Les figures IV. 64 et IV. 65 représentent respectivement les données issues de la sortie passe bande correspondante au fondamental, et la sortie coupe bande pour le bruit. Les figures IV. 66 et IV. 67 représentent respectivement les données issues de la sortie passe bande correspondante au deuxième harmonique, et la sortie passe bande correspondante à la troisième harmonique.



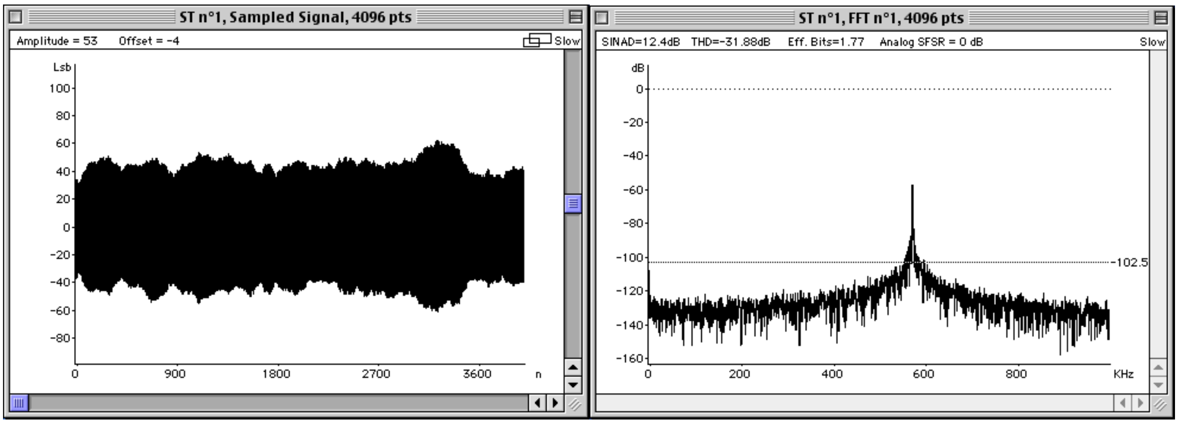
(a) (b)

Figure IV. 64 : Allure du signal mesuré à la sortie passe bande correspondant au fondamental (a), et son spectre (b).



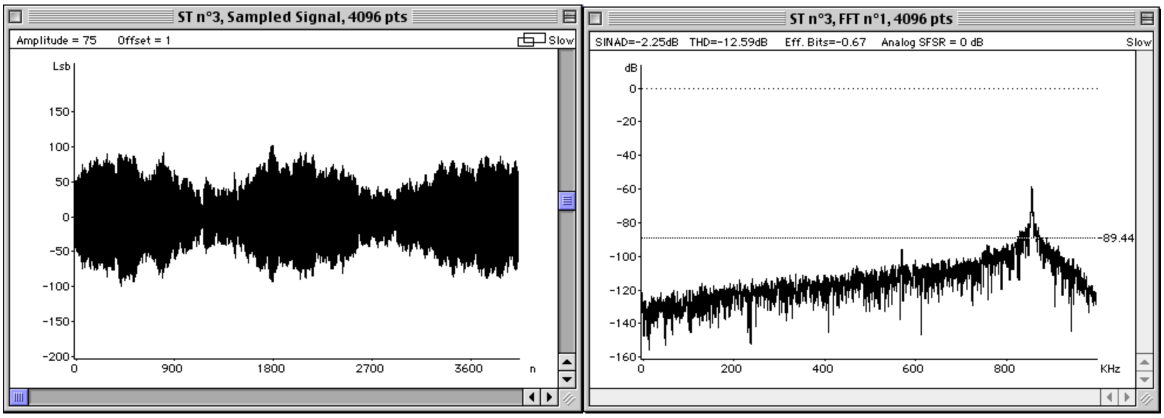
(a) (b)

Figure IV. 65 : Allure du signal mesuré à la sortie coupe bande correspondant au bruit (a), et son spectre (b).



(a) (b)

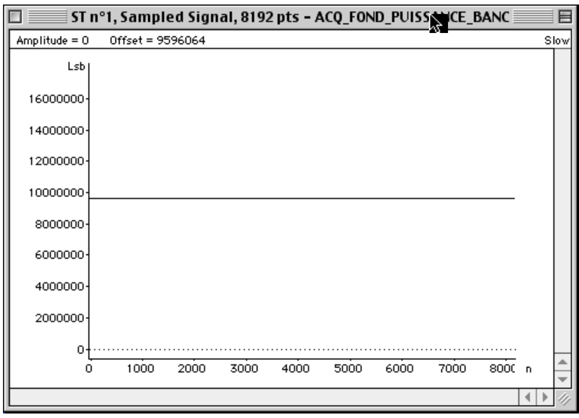
Figure IV. 66 : Allure du signal mesuré à la sortie passe bande correspondant au deuxiéme harmonique (a), et son spectre (b).



(a) *(b)*

Figure IV. 67 : Allure du signal mesuré à la sortie passe bande correspondant au troisième harmonique (a), et son spectre (b).

Dans une deuxième étape, nous avons implanté dans le composant FPGA Virtex l'unité de calcul avec le banc de filtre. Les figures IV. 68 et IV. 69 représentent respectivement les valeurs des puissances du fondamental et du bruit. Les figures IV. 70 et IV. 71 représentent respectivement les valeurs des puissances du deuxième et troisième harmoniques.



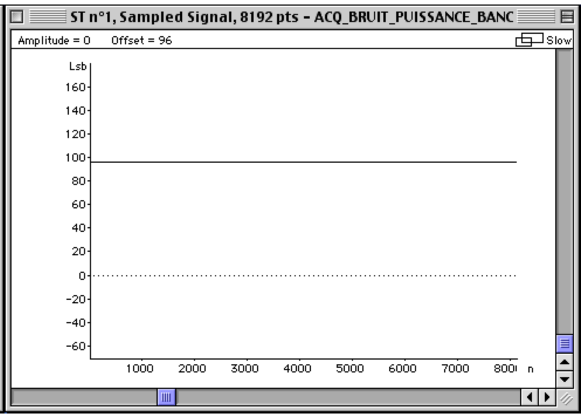
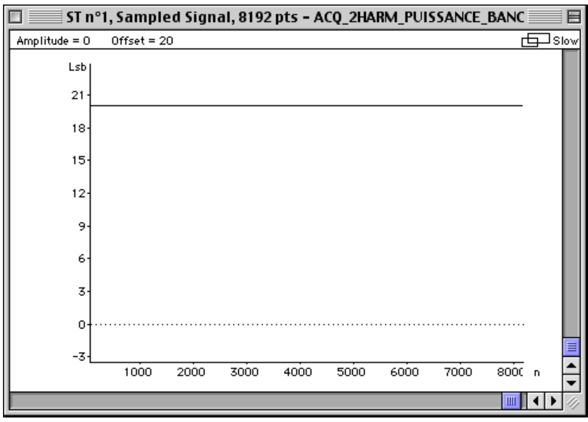


Figure IV. 68 : Valeur mesurée de la puissance du fondamental.

Figure IV. 69 : Valeur mesurée de la puissance du bruit.



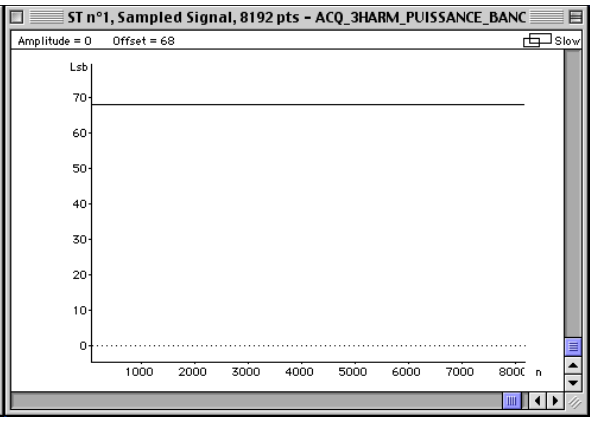


Figure IV. 70 : Valeur mesurée de la puissance du deuxième harmonique.

Figure IV. 71 : Valeur mesurée de la puissance du troisième harmonique.

Comme pour le filtre coupe bande, l'acquisition est réalisée sur un pod de 24 bits de l'analyseur logique HP16500, les données sont affichées entre 0 et 16777216 LSB. La valeur mesurée de la puissance du fondamental étant de 9596064 LSB, elle correspond à la valeur linéaire 0.571969985 de la pleine échelle (-2.42 dB). La valeur mesurée de la puissance du bruit étant de 96 LSB, elle correspond à la valeur linéaire 5.7220458E-06 par rapport à la pleine échelle (-52.42 dB). La valeur mesurée de la puissance du deuxième harmonique étant de 20 LSB, elle correspond à la valeur linéaire 1.19209289 de la pleine échelle (-59.23 dB). La valeur mesurée de la puissance du troisième harmonique étant de 68 LSB, elle correspond à la valeur linéaire 4.0531158E-06 de la pleine échelle (-53.92 dB). Le tableau IV. 13 résume l'ensemble des valeurs mesurées tout en les comparant à ceux calculées par FFT.

	FFT	Banc de filtre + unité de calcul
Puissance de la raie fondamentale	-2.42 dB	-2.42 dB (0.571969985)
Puissance du bruit	-51.49 dB	-52.42 dB (5.7220458E-06)
Puissance de la deuxième harmonique	-58.11 dB	-59.23 dB (1.19209289E-06)
Puissance de la troisième harmonique	-54.68 dB	-54.68 dB (4.0531158E-06)
SNR	49.07 dB	49.994 dB
THD	-50.29 dB	-50.37 dB

Tableau IV. 13 : Comparaison entre les valeurs mesurées et celle calculées par FFT.

V. Conclusion

Une chaîne de test de CANs in situ a été réalisée. Elle se compose de deux éléments que sont la génération d'un signal in situ de précision suffisante et unité d'extraction de paramètres du CAN.

La génération du signal se compose d'un oscillateur $\Sigma\Delta$ suivi d'une fonction de filtrage analogique. Deux oscillateurs numériques $\Sigma\Delta$ sont réalisés. Ils utilisent un quantificateur 1 bit et ne différent que par le type de modulation. Le premier est un passe bas du quatrième ordre ajusté pour générer des signaux dans la bande audio. Le deuxième est un passe bande mono bit ajusté pour générer des signaux à quelque MHz correspondant à $F_h/4$. Les deux circuits ont été synthétisés par Synopsys puis routés et implantés dans un composant FPGA.

L'unité d'analyse se compose d'une fonction de filtrage et d'une unité de calcul de puissance. Deux opérations de filtrage sont réalisées : le filtre coupe bande et le banc de filtre. Le filtre coupe bande permet de séparer la composante fondamentale du reste du bruit. Cependant le banc de filtre permet de séparer les composantes spectrales des harmoniques du reste du bruit. Ces données numériques sont ensuite connectées sur l'unité de calcul des puissances. Ceci permet d'estimer différents paramètres spectraux comme le *SINAD*, *SNR* et *THD*. Les deux circuits ont été synthétisés par Synopsys puis routés et implantés dans un composant FPGA.

Le banc de mesure a permis de valider la structure du banc de filtres, ainsi que la génération de signal par un oscillateur numérique de type sigma delta suivi d'un filtre passif.

Conclusion

Conclusion

Le travail réalisé durant ces trois années de thèse s'inscrit dans le domaine de la conversion analogique numérique et concerne plus particulièrement l'étude de l'intégration des méthodes de test in situ.

Les circuits qui apparaissent aujourd'hui sur le marché présentent des spécifications telles qu'il est devenu difficile de les caractériser avec l'instrumentation disponible. Le problème se pose aussi bien au fabricant qu'à l'utilisateur puisque certains paramètres fournis dans les documents constructeurs sont en fait des valeurs estimées par simulation et non pas mesurés. Devant ces difficultés de caractérisation, beaucoup de méthodes sont proposées comme en témoigne l'importante bibliographie sur le sujet présenté dans le premier chapitre.

L'objectif de ce travail de thèse est de chercher de nouvelles méthodes de test des CANs in-situ et d'étudier leur faisabilité. Après avoir fait le point sur les différentes méthodes classiques permettant la caractérisation des CANs (analyse spectrale, statistique et temporelle) ainsi que les concepts de base utilisée jusqu'à maintenant pour l'auto-test, nous avons défini dans le premier chapitre les paramètres significatifs et présenté l'état de l'art du BIST.

Dans une deuxième étape nous avons proposé une nouvelle structure de BIST basée sur l'intégration de nouvelles structures de modules de test sur la puce du convertisseur. L'étude du BIST est séparée en deux parties. La première traite de la génération d'un signal intégré en utilisant la modulation sigma delta pour la conception des oscillateurs. La seconde permet le calcul des puissances des composantes spectrales des données issues du CAN en se basant sur une nouvelle approche basée sur le filtrage numérique. L'utilisation de ces deux nouvelles approches s'avère très avantageuse puisqu'elles présentent une faible densité d'intégration lors de l'implantation.

Dans le deuxième chapitre nous avons étudié la génération des signaux en utilisant la modulation $\Sigma\Delta$. Nous avons travaillé sur la conception d'un modulateur $\Sigma\Delta$ d'ordre élevé avec un quantificateur 1 bit et présenté une méthodologie originale de conception de modulateur $\Sigma\Delta$ numérique d'ordre élevé tout en assurant sa stabilité. Dans une deuxième étape, nous avons étudié l'optimisation de la structure. En effet, une topologie LDI est utilisée pour la réalisation de la fonction de transfert du modulateur. Le résultat est une architecture originale d'un modulateur $\Sigma\Delta$ d'ordre élévé, stable, et sans multiplieur. Un premier modulateur de type passe bas du quatrième ordre est introduit dans la boucle d'un résonateur numérique pour concevoir un oscillateur générant des signaux dans la bande audio. Un deuxième modulateur de type passe bande du huitième ordre est introduit dans la boucle du résonateur pour concevoir un oscillateur de quelque Mégahertz.

Dans le troisième chapitre, nous avons présenté le principe de fonctionnement de l'unité d'extraction des paramètres spectraux. Cette unité est un réseau de cellules biquadratiques résonnantes accordées sur les fréquences des harmoniques. Nous avons choisi une structure LDI pour la cellule pour les avantages qu'elle présente : implantation optimale et ajustement de la largeur de la bande. Une première structure, basée sur la réalisation d'un filtre coupe bande, est développée pour le calcul des puissances du fondamental et du reste du bruit, ce qui permet l'estimation du *SINAD*.

Ensuite, nous avons présenté une structure originale pour le banc qui permet d'améliorer l'estimation des paramètres spectraux du CAN, tels que le *SNR* et la *THD*. Elle est constituée d'un ensemble de cellules biquadratiques, chacune accordée sur une fréquence d'harmonique. La propriété de cette structure consiste à appliquer pour chaque sortie d'une cellule des zéros de transmission correspondant aux fréquences des autres cellules, donc des autres harmoniques. Cette propriété nous permet de mieux calculer la puissance de chaque sortie correspondant à une harmonique et une meilleure estimation des paramètres spectraux par rapport à la structure classique.

Puis, nous avons étudié l'influence du caractère aléatoire des données issues de la sortie du CAN sur le calcul des puissances. En effet, à chaque fois qu'on répète les acquisitions, les valeurs des paramètres spectraux changent pour les mêmes amplitudes et fréquences du signal d'entrée et d'horloge. Pour cela nous avons établi la précision du calcul de la densité spectrale de puissance par FFT et par filtrage numérique. Nous sommes arrivés à la conclusion suivante : avec un placement astucieux du lieu des pôles des cellules biquadratiques, le banc affiche des résultats précis et peut être utilisé pour estimer les paramètres spectraux des CANs ayant une haute résolution.

Dans le quatrième chapitre nous présentons la réalisation des différents modules dans un composant de type FPGA. Deux oscillateurs numériques $\Sigma\Delta$ ont été réalisés. Le premier est un passe bas du quatrième ordre ajusté pour générer des signaux dans la bande audio. Le deuxième est un passe bande d'ordre huit ajusté pour générer des signaux à quelque Mégahertz. On a commencé par simuler les architectures en arithmétique finie, puis le fichier VHDL fut généré. Les deux circuits ont été synthétisés et implantés dans un composant FPGA. Pour le filtre analogique, nous avons proposé l'utilisation des filtres passifs type Chebychev 1, pour sa faible complexité par rapport aux autres types de filtres. Ensuite, deux opérations de filtrage furent implantées, le filtre coupe bande et le banc de filtre, pour l'unité d'extraction. Une unité de calcul a été aussi réalisée pour estimer les puissances. Les deux unités d'extractions ainsi que l'unité de calcul ont été synthétisées et implantées elles aussi dans un composant de type FPGA.

Ce travail marque un premier pas vers la mise en œuvre d'un système complet où côtoient des fonctions de traitement du signal continu, échantillonné et numérique. La partie purement numérique qui compose le système fait actuellement l'objet d'un prototypage sur FPGA. Nous avons réussi à mettre en place une maquette de démonstration validant l'ensemble du travail réalisé. Les résultats expérimentaux révèlent une fonctionnalité correcte de l'oscillateur $\Sigma\Delta$ ainsi que le banc de filtre. Les performances des circuits numériques réalisés sont celles attendues. Par la suite, des filtres analogiques passifs pourront venir se greffer à la suite de l'oscillateur $\Sigma\Delta$ pour compléter la génération du signal.

L'objectif fixé dans cette thèse était de chercher des méthodes de caractérisation in situ avec le CAN et de l'intégrer pour savoir si l'on pourrait s'affranchir des problèmes liés à l'instrumentation. L'étude menée au cours de cette thèse a permis de mettre en œuvre de nouvelles méthodes d'analyse et de génération de signal pour le test BIST. Les résultats de mesures sur les prototypes confirment la précision espérée par la théorie, une qualité de signal supérieure à 110 dB pour l'oscillateur et un calcul de puissances précis pour l'unité d'extraction des paramètres. Ce qui nous permet que dire que l'objectif est atteint.

Les perspectives de ce travail de thèse s'inscrivent selon trois axes :

- Réalisation de tout les circuits numériques en silicium avec un composant commercial en ajoutant des éléments analogiques passifs pour la réalisation du filtre passif.

- Etudier des nouvelles structures de bancs de filtres notamment celles adaptatives, qui permet la recherche des valeurs des coefficients optimales.

- Implantation logicielle de la méthode d'analyse de paramètres proposée (banc de filtres) dans le logiciel CANTEST.

Références bibliographiques

Références bibliographiques

[Adam91] R.W ADAMS ET AL
Theory and Practical Implementation of a Fifth-Order Sigma-Delta A/D Converter
J. Audio Eng. Soc., vol. 39, no. 7/8, pp. 515-528, July/August 1991.

[Beck00] R. BECK, A. G. DEMPSTER, I. KALE
Characterisation of finite-precision resonators used in recursive filter DFT implementations
Journal of signal processing, Vol 80, pp. 161-183, 2000.

[Begu89] R. BEGU
Convertisseur numérique-analogique et analogique-numérique
Technique de l'ingénieur, E3710-E3712, 1989.

[Benk93] M. BENKAIS
Méthodologie de caractérisation des circuits de conversion de données : application aux convertisseurs analogique-numérique à facteur de mérite élevé. Mise en oeuvre dans le système CanTest
Thèse de Doctorat, Université de Bordeaux I, Mai 1993.

[Cain94] G. D. CAIN, H. W. SUN AND A. YARDIM
Two new cascade resonator in a loop filter configurations for tracking multiple sinusoids
Electronics letters, Vol 30, N°. 8, April 1994.

[Cand85] J.C. CANDY
A use of double integration in sigma-delta modulation
*IEEE Trans. Com-munication*s, vol. 33, no. 3, pp. 249-258, Mar. 1985.

[Chao90] K. C. CHAO, S. NADEEM
A Higher Order Topology for Interpolative Modulators for Oversampling A/D Converters.
IEEE Trans. Circuits Syst., vol. CAS-37, no. 3, pp. 309-318, March 1990.

[Corc75] J.J.CORCORAN, T.HORNAK, P.B.SKOV
A High-Resolution Error Plotter for Analog-to-Digital Converters
IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Vol.24, n°4, pp.370-374, December 1975.

[Dall95] D. DALLET
Contribution à la caractérisation des convertisseurs Analogiques Numériques : Evaluation des méthodes et mise en œuvre de nouveaux procédés.
Thèse de Doctorat, Université de Bordeaux I, Janvier 1995.

[Doef86] D. W. DOEFLER
High-Resolution Data Acquisition System
IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Vol.35, n°4, pp.477-482, December 1986.

[Doer84] J. DOERNBERG, H. S.LEE, D. A. HODGES
Full-Speed Testing of A/D Converters
IEEE Journal on Solid-State and Circuits, Vol.19, n°6, pp.820-827, December 1984.

[Dyna98] DYNAD
Methods and draft standards for the DYNamic characterization and testing of Analogue to Digital
European project, juin 1998- juillet 2001, http://www.fe.up.pt/~hsm/dynad/

[Fasa88] P. P. FASANG, D. MULLINS, T. WONG
Design for testability For Mixed Analog/Digital ASICs
Proceeding IEEE Custom Integrated Circuits Conference, paper16.5, 1988.

[Fehe92] B. FEHER.
Resonator Based Digital Filters Using Field Programmable Gate Array Elements
Proceedings annual IEEE International ASIC Conference, pp.119-122, 1992.

[Harr78] J. H. HARRIS
On the use of Windows for Harmonic Analysis with Discrete Fourier Transform
Proceeding IEEE, Vol. 66, n°1; pp. 51-83, january 1978.

[Hawk89] M.O. HAWKSFORD
Chaos, Oversampling and noise shaping in digital to analog conversion
Journal of Audio Eng. Soc., Vol. 37, pp. 980-1001, 1989.

[Hewl82] HEWLETT-PACKARD
Dynamic Performance Testing of A-To-D Converters
Hewlett-Packard Product, Note 5180A-2, 1982.

[Huls92] G. HULSE
A Mixed Signal Analog Test Bus Framework
Proceeding of International Test Conference, paper 29.1, 1992.

[Ieee89] IEEE STD 1057
IEEE Trial-Use Standard for Digitizing Waveform Recorders
The Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc. New York, USA, NY 10017-2394, 1989.

[Ieee99] IEEE STD Draft 1241-1999
IEEE Standard Draft Test for Analogue to Digital Converter
The Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc. IEEE Standard Board, New York, USA, NY 10017-2394, 1990.

[Jawa92] M. JAWARLA
Design For Test Approaches to Mixed Signal Testing
Proceeding of International Test Conference, paper 29.2, 1992.

[Jede89] JEDEC STANDARD N°99, ADDENDUM N°1
Terms, Definitions, and Letter Symbols for Analog-to-Digital and Digital-to-Analog Converters
Electronic Industries Association, Washington, DC, July 1989.

[John93] D.A JOHNS AND D.M. LEWIS
Design and analysis of delta-sigma based IIR filters
IEEE Trans. Circuits and Systems-II, vol. 40, no. 4, pp. 233-240, Apr. 1993.

[Karp99] T. KARP, N. J. FLIEGE
Modified DFT Filter Banks with Perfect Reconstruction
IEEE Transactions on Circuits and Systems – II, vol. 46, no. 11, pp. 1404-1414, November 1993.

[Kay93] S. M. KAY
Fundamentals of Statistical Signal Processing
Printice-Hall, 1993.

[Kuff87] J. KUFFEL, T. R. MCCOMB, R. MALEWSKI
Comparative Evaluation of Computer Methods for Calculating the Best-Fit Sinusoid to the Digital Record of High-Purity Sine Wave
IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Vol.36, n°2, pp.418-422, June 1987.

[Kwan89] T. KWAN, K MARTIN
Adaptive detection and enhancement of multiple sinusoids using a cascade IIR filter
IEEE Trans. on Circuits and Systems, vol. 36, no. 7, pp. 937-947, July 1989.

[Lu94] A.K. LU, G.W. ROBERTS AND D.A. JOHNS
A high-quality analog oscillator using oversam-pling D/A conversion techniques
IEEE Trans. Circuits and Systems-II, vol. 41, no. 7, pp. 437-444, July 1994.

[Mart86] K. MARTIN, M.T. SUN
Adaptive filters suitable for real time spectral analysis
IEEE Trans. on Circuits and Systems, vol. CAS-33, no. 2, pp. 218-229, February 1986.

[Mart93] K. MARTIN, M. PADMANABHAN
Using an IIR adaptive filter bank to analyse short data segments of noisy sinusoids
IEEE Trans. On Signal Processing, vol. 41, no. 8, pp. 2584-2590, August 1993.

[McCo89] T. R. MCCOMB, J. KUFFEL, B. C. LE ROUX
A Comparative Evaluation of Some Practical Algorithms Used in the Effectifs Bits Test of Waveform Recorders
IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Vol.38, n°1, pp.37-42, February 1989

[Mcgr89] W.F. MCGREE
Frequency interpolation filter bank
Proc. International symposium on circuits and systems, vol 3, pp. 1563-1566, 1989.

[Nors96] S. R.NORSWORTHY, R. SCHREIER, G. C. TEMES
Delta-Sigma Data Converters, theory, design and simulation.
IEEE press, 1996.

[Nutt81] A. H. NUTTAL
Some Windows with Very Good Sidelobe Behavior
IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, Vol. ASSP-29, No. 1, pp. 84-91, February 1981.

[Ohle91] M. J. OHLETZ
Hybrid Built In Self Test (HBIST) for Mixed Analogue/Digital Integrated Circuits
Proceeding Eurapean Test Conference, pp. 307-316, 1991

[Padm91] M. PADMANABHAN, K. MARTIN
Resonator based filter banks for frequency domain applications
IEEE Trans. Circuits and Systems-II, vol. 38, no. 10, pp. 1145-1159, October 1991.

[Papo94] P. PAPOULIS
Probability, Random Variables, and Stochastic Process
McGraw-Hill, 1994.

[Pece89] G. PÉCELI
Resonator based digital filters
IEEE Trans. on Circuits and Systems, vol. 36, no. 1, pp. 156-159, January 1989.

[Peet83] B. E. PEETZ
Dynamic Testing of Waveform Recorders
IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Vol.IM-32, n°1, pp.12-17, March 1983.

[Pril88] R. PRILIK, J. VANHORN, D. LEET
The Loopphole in Logic Test : Mixed Signal ASICSs
Proceeding IEEE Custom Integerated Circuits Conferences, Paper 16-4, 1988.

[Proa83] J. G. PROAKIS
Digital Communications
McGraw-Hill, 1983.

[Reba01] Ch. REBAI, D. DALLET, Ph. MARCHEGAY
Filter based-BIST for SINAD measurement of A/D Converter
XVI International Conference on Design of Circuits and Integrated Systems, DCIS'2001, Porto, Portugal, November 2001.

[Reba02-a] Ch. REBAI, D. DALLET, Ph. MARCHEGAY
Digital Sigma Delta Modulation For On Chip Signal Generation
IEEE International Conference on Electronics, Circuits and Systems, ICECS'2002, Dubrovnik, Croatia, September 2002.

[Reba02-b] Ch. REBAI, S. BOUJELBEN, D. DALLET, Ph. MARCHEGAY
Apport de l'automatique lors de l'étude de stabilité des modulateurs Sigma Delta
Journée Electronique et Automatique, JEA'2002, Angoulême, France, Mars 2002.

[Reba02-c] Ch. REBAI, D. DALLET, Ph. MARCHEGAY
LDI Filter Bank For ADC Frequency Domain Analysis
IEEE International Conference on Electronics, Circuits and Systems, ICECS'2002, Dubrovnik, Croatia, September 2002.

[Reba02-d] Ch. REBAI, D. DALLET, Ph. MARCHEGAY
Non Coherent Spectral Analysis of ADC Using Filter Bank
IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference, IMTC'2002, Anchorage, AK, USA, May 2002.

[Reba02-e] Ch. REBAI, D. DALLET, Ph. MARCHEGAY
Measurement Accuracy of Filter Bank based ADC Built In Self Test
The 12th International Measurement Confederation Symposium, IMEKO TC4, Electrical Measurements and Instrumentation, Zagreb, Croatia, September 25-27, 2002.

[Rena90] S. RENAUD
Contribution à la caractérisation des circuits de conversion analogique-numérique. Conception et réalisation d'un système d'évaluation dynamique de ces dispositifs
Thèse de Doctorat, Université de Bordeaux I, Janvier 1990.

[Risb94] L. RISBO
Based 32 Times Oversampling 8 $_{th}$ Order Sigma-Delta Audio ADC.
*96 $_{th}$ Audio Eng. Soc.Conventio*n, Amsterdam, Preprint 3808, February 1994.

[Samu89] H. SAMUELI
An Improved Search Algorithm for the Design of Multiplierless FIR filters with Powers-of-Two Coefficients.
IEEE Trans. Circuits Syst., vol. CAS-36, no. 7, pp. 1044-1047, July 1989.

[Schr89] R. SCHREIER AND M. SNELGROVE
Bandpass sigma-delta modulation
Electronics Letters, vol. 25, no. 23, pp. 1560-1561, November 1989.

[Schr93] R. SCHREIER
An Emprirical Study of Higher-Order Single-Bit Delta-Sigma Modulators.
IEEE Trans. Circuits Syst., vol. CAS-40, no. 8, pp. 461-466, August 1993.

[Slam93] M. SLAMANI, B. KAMINSKA
T-BIST : A Built In Self Test for Analog Circuit Based on Parameter Translation
Proceeding Asian Test Symposium, pp. 532-537, 1992.

[Soma94] M. SOMA
IEEE 1149.1 Mixed Signal test Bus Standard
Forum on Boundary Scan for Digital and Mixed-Signal Boads, Genéve, Janvier, 1994.

[Soud79] T. M. SOUDERS, D. R. FLACH
An Automated Test Set for High-Resolution Analog-to-Digital and Digital-to-Analog Converters
IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Vol.28, n°4, pp.239-244, December 1979.

[Soud82] T. M. SOUDERS
A Dynamic Test Method for High-Resolution A/D Converters
IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Vol.31, n°1, pp.3-5, March 1982.

[Soud83] T. M. SOUDERS, D. R. FLACH, T. C. WONG
An Automatic Test Set for the Dynamic Characterization of A/D Converters
IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Vol.IM-32, n°1, pp.180-186, March, 1983.

[Su93] D. K. SU AND B. A. WOOLEY
A CMOS oversampling D/A converter with a current mode semi digital reconstruction filter
IEEE J. Solid State Circuits, SSC-28, 1224-1233, 1993.

[Sun96] H. SUN, G. H. ALLEN, G. D. CAIN
A new Filter Bank Configuration for Harmonic Measurement
IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, Vol.45, N°. 3, June 1996.

[Tone95] M.F. TONER, G.W. ROBERTS
A BIST scheme for an SNR, gain tracking, and frequency response test of a sigma-delta ADC
IEEE Trans. on Circuits and Systems-II, Vol. 41, No. 12, pp. 1-15, Jan. 1995.

[Turn84] L. E. TURNER, E. S. K. LIU AND L. T. BRUTON
Digital LDI Ladder Design Using the Bilinear Transformation
IEEE International Symposium on Circuits and Systems, pp. 1017- 1020, May 1984.

[Veil97] B. R. VEILLETTE, G. W. ROBERTS
Delta Sigma oscillators : versatile building blocks
International journal of circuit theory and applications, Vol. 25, pp. 407-418, 1997.

[Wagn88] K. D. WAGNAR, T. W. WILLIAMS
Design for Testability of Mixed-Signal Integrated Circuits
Proceeding International Test Conference, pp. 823-828, 1988.

[Wilk92] B. R. WILKINS
A Structure for Board Level Mixed-Signal Testability
Proceeding of International Test Conference, paper 29.3, 1992.

[Wilk93] B. R. WILKINS, S. ORESJO, B.S. SUPARJO
Toward a Mixed-Signal Testability Bus standard P1149.4
Proceeding of European Test Conference, pp. 58-65, 1993.

[Wong93] P. W. WONG AND R. M. GRAY
Comments on "Analog FIR filters with an oversampled $\Delta\Sigma$ modulator.
IEEE Trans. Circuits and Systems II, CAS-40, 798, 1993.

[Yan82] G. T. YAN, S. MITRA
Modified Coupled-Form Digital Filter Structures
Proceedings pf the IEEE, Vol. 70, N°. 7, Juillet 1982.

Annexe A

Evaluation des intégrales

Annexe A : Evaluation des intégrales

Le théorème de résidu de Cauchy est utilisé afin d'évaluer les intégrales des fonctions de transferts du filtre passe bande et coupe bande.

$$\int_{-F_h/2}^{F_h/2} \left|H_{pb}(f)\right|^2 df = \frac{1}{2\pi j T_h} \oint_{|z|=1} \left(z^{-1} H_{pb}\left(z^{-1}\right) H_{pb}(z)\right) dz \tag{A - 1}$$

Les seuls pôles qui se trouve dans le cercle unitaire de l'intégrante du cette intégrale sont données par :

$$z_{p1} = \frac{1}{2}\left(\left(2 - k_2 - k_1^2\right) + \sqrt{\left(2 - k_2 - k_1^2\right) + 4\left(1 - k_2\right)}\right) \tag{A - 2}$$

et

$$z_{p2} = \frac{1}{2}\left(\left(2 - k_2 - k_1^2\right) - \sqrt{\left(2 - k_2 - k_1^2\right) + 4\left(1 - k_2\right)}\right) \tag{A - 3}$$

et

$$z_{p3} = 0 \tag{A - 4}$$

En utilisant le théorème de résidu de Cauchy on a :

$$\frac{1}{2\pi j T_h} \oint_{|z|=1} \left(z^{-1} H_{pb}\left(z^{-1}\right) H_{pb}(z)\right) dz = F_h\left(res_{pb1} + res_{pb2} + res_{pb3}\right) \tag{A - 5}$$

Où

$$res_{pb1} = -\frac{k_2}{2 z_{p1}} K_1 + K_1\left(\frac{K_1}{1 - z_{p1} z_{p1}} + \frac{K_2}{1 - z_{p1} z_{p2}}\right) \tag{A - 6}$$

$$res_{pb2} = -\frac{k_2}{2 z_{p2}} K_2 + K_2\left(\frac{K_1}{1 - z_{p1} z_{p2}} + \frac{K_2}{1 - z_{p2} z_{p2}}\right) \tag{A - 7}$$

$$res_{pb3} = \frac{k_2}{2}\left(\frac{k_2}{2} + \frac{K_1}{z_{p1}} + \frac{K_2}{z_{p2}}\right) \tag{A - 8}$$

avec

$$K_1 = -\frac{k_2}{2}\frac{(z_{p1}+1)(z_{p1}-1)}{z_{p1}-\frac{1}{2}\left(2-k_2-k_1^2\right)-\sqrt{\left(2-k_2-k_1^2\right)^2-4(1-k_2)}} \qquad (A - 9)$$

$$K_2 = -\frac{k_2}{2}\frac{(z_{p1}+1)(z_{p1}-1)}{z_{p1}-\frac{1}{2}\left(2-k_2-k_1^2\right)+\sqrt{\left(2-k_2-k_1^2\right)^2-4(1-k_2)}} \qquad (A - 10)$$

D'une manière similaire l'intégrale de la sortie coupe bande s'écrit :

$$\int_{-F_h/2}^{F_h/2}\left|H_{nt}(f)\right|^2 df = \frac{1}{2\pi j T_h}\oint_{|z|=1}\left(z^{-1}H_{nt}\left(z^{-1}\right)H_{nt}(z)\right)dz \qquad (A - 11)$$

l'intégrante de l'équation *(A – 11)* possède les même pôles que l'intégrante de l'équation *(A – 1)*, ce qui nous donne :

$$\frac{1}{2\pi j T_h}\oint_{|z|=1}\left(z^{-1}H_{nt}\left(z^{-1}\right)H_{nt}(z)\right)dz = F_h\left(res_{nt1}+res_{nt2}+res_{nt3}\right) \qquad (A - 12)$$

Où

$$res_{nt1} = -\frac{2-k_2}{2z_{p1}}K_3 + K_3\left(\frac{K_3}{1-z_{p1}z_{p1}}+\frac{K_4}{1-z_{p1}z_{p2}}\right) \qquad (A - 13)$$

$$res_{nt2} = -\frac{2-k_2}{2z_{p2}}K_4 + K_4\left(\frac{K_3}{1-z_{p1}z_{p2}}+\frac{K_4}{1-z_{p2}z_{p2}}\right) \qquad (A - 14)$$

$$res_{nt3} = \frac{2-k_2}{2}\left(\frac{2-k_2}{2}+\frac{K_3}{z_{p1}}+\frac{K_4}{z_{p2}}\right) \qquad (A - 15)$$

Et

$$K_3 = \frac{2-k_2}{2}\frac{z_{p1}^2+2z_{p1}\frac{\left(2-k_2-k_1^2\right)}{2-k_2}+1}{z_{p1}-\frac{1}{2}\left(2-k_2-k_1^2\right)-\sqrt{\left(2-k_2-k_1^2\right)^2-4(1-k_2)}} \qquad (A - 16)$$

$$K_4 = \frac{2-k_2}{2}\frac{z_{p2}^2+2z_{p2}\frac{\left(2-k_2-k_1^2\right)}{2-k_2}+1}{z_{p2}-\frac{1}{2}\left(2-k_2-k_1^2\right)-\sqrt{\left(2-k_2-k_1^2\right)^2-4(1-k_2)}} \qquad (A - 17)$$

Annexe B

Synthèse des filtres passifs

Annexe B : Synthèse des filtres passifs

I. Introduction

Dans cet annexe nous présentons la méthode de réalisation d'un filtre analogique passif. Cette étude consiste à faire une synthèse à partir d'un gabarit spécifié dans le cahier des charges pour arriver à une implantation physique en composants passifs. On abordera les deux types de filtres : passe bas et passe bande, ainsi que les différentes formes de fonction de transfert : Butterworth, Bessel, Elliptique et Chebychev. On présentera la réalisation de filtres en structure échelle en utilisant les tables de références. Cette structure de filtre permet une implantation sans perte d'énergie. En effet, seul les selfs et les capacités seront utilisées pour la réalisation de la fonction de transfert de filtre. Cependant, seulement deux résistances sont utilisées ; la première représente la charge du générateur et la deuxième joue le rôle de la charge ou l'énergie doit être appliquée.

II. Définitions

Il existe quatre types de filtres : les filtre passe-bas, passe-haut, passe-bande et Coupe-bandes. Mais, dans cette étude, on ramènera par un changement de variable les différents types de filtres à des filtres passe-bas. Ce changement de variables est indispensable pour la synthèse. En effet, la synthèse des différents gabarits se ramène à la synthèse d'un filtre passe-bas.

II.1. Normalisation

Le calcul des composants donnera seulement des valeurs normalisées, il faut donc déterminer les unités de résistances, d'inductances, et de capacités.

L'unité de pulsation ω_0 est déterminée à partir du gabarit du passe bas, comme la pulsation de coupure. La résistance de charge R_c est choisi comme unité de résistance.

- $L_u = R_c/\omega_0$,
- $C_u = 1=/(R_c\omega_0)$,
- On notera $\lambda_1, \lambda_3, \ldots, \lambda_n$ la valeur normalisée des inductances ($L_1=\lambda_1 L_u$, $L_3=\lambda_3 L_u \ldots$, $L_n=\lambda_n L_u$),
- On notera $\gamma_2, \gamma_4, \ldots, \gamma_n$ la valeur normalisée des capacités ($C_2=\gamma_2 L_u$, $C_4=\gamma_4 L_u \ldots$, $C_n=\gamma_n C_u$).

II.2. Transformation passe-bas → passe bande

Il faut désormais (si on voulait synthétiser un le gabarit d'un filtre passe-bande) effectuer quelque transformation sur les composants du filtre.

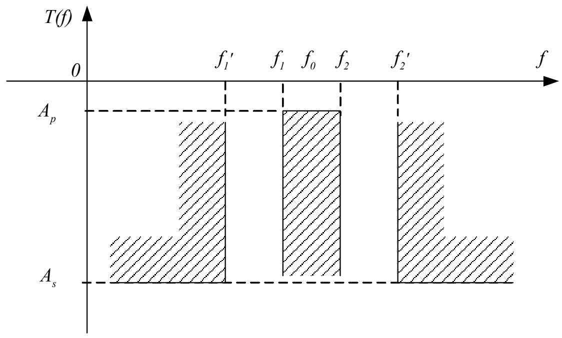


Figure B. 1 : Gabarit type d'un filtre passe-bande.

Un filtre passe-bande est caractérisé par :

- A_p est la valeur minimale de la transmittance en dB dans la bande de fréquences à transmettre,
- A_s est la valeur maximale de la transmittance en dB dans les bandes de fréquences à éliminer,
- f_1 est la fréquence de début de la bande de fréquences à transmettre,
- f_2 est la fréquence de fin de la bande de fréquences à transmettre,
- f'_1 est la fréquence de fin de la bande de fréquences basse à éliminer,
- f'_2 est la fréquence de début de la bande de fréquences haute à éliminer,
- $f_0=(f_1\times f_2)^{1/2}$ est choisie comme unité de fréquence.

On peut définir alors :

$$\Delta x = \frac{f_0}{(f_2 - f_1)} \qquad (B - 1)$$

L'inductance normalisée λ_n devient une capacité de valeur normalisée $\Delta x/\lambda_n$ en série avec inductance de valeur normalisée $\lambda_n/\Delta x$. La capacité normalisée γ_n devient une inductance de valeur normalisée$\Delta x/\gamma_n$ en parallèle avec la capacité normalise $\gamma_n/\Delta x$.

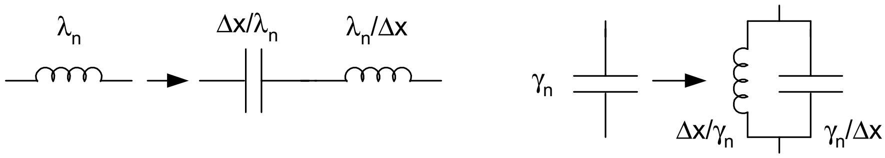


Figure B. 2 : transformation passe-bas -> passe-bande.

Il ne reste désormais plus qu'à multiplier les valeurs normalisées par les valeurs unités pour obtenir un filtre viable.

II.3. Tables de référence

Nous avons réuni les valeurs des composant normalisés pour des filtres passe-bas normalisés dans les tableaux suivants.

II.3.1. Filtre de Butterworth

Le tableau B.1 utilise les configurations d'implantation des composants des figures B. 3 et B. 4.

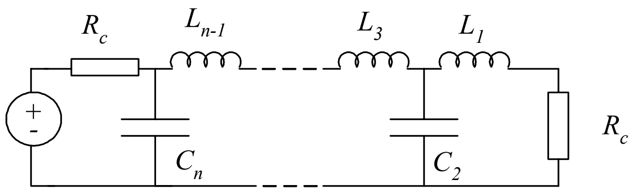


Figure B. 3 : Schéma d'implantation des composants pour les filtres passe-bas de Butterworth, Bessel et Chebychev 1 commençant par une self.

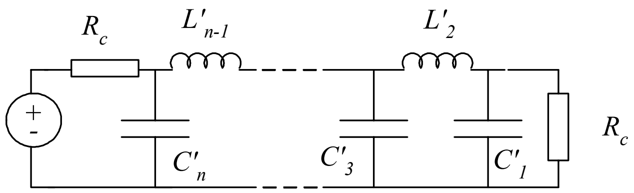


Figure B. 4 : Schéma d'implantation des composants pour les filtres passe-bas de Butterworth, Bessel et Chebychev 1 commençant par un condensateur.

n	L_1	C_2	L_3	C_4	L_5	C_6	L_7	C_8	L_9	C_{10}
2	1,4142	1,4142								
3	1	2	1							
4	0,7654	1,8478	1,8478	0,7654						
5	0,618	1,618	2	1,618	0,618					
6	0,5176	1,4142	1,9319	1,9319	1,4142	0,5176				
7	0,445	1,247	1,8019	2	1,8019	1,247	0,445			
8	0,3902	1,1111	1,6629	1,9629	1,9629	1,6629	1,1111	0,3902		
9	0,3473	1	1,5321	1,8794	2	1,8794	1,5321	1	0,3473	
10	0,3129	0,908	1,4142	1,782	1,9754	1,9754	1,782	1,4142	0,908	0,3129
n	C'_1	L'_2	C'_3	L'_4	C'_5	L'_6	C'_7	L'_8	C'_9	L'_{10}

Tableau B. 1 : Valeurs normalisées des composants d'un filtre de Butterworth pour différentes valeurs de n.

II.3.2. Filtre de Chebychev type 1

Le tableau B.2 utilise les configurations d'implantation des composants des figures B. 3 et B. 4. Le calcul est fait pour A_p*=0,1dB.*

n	***L1***	***C2***	***L3***	***C4***	***L5***	***C6***	***L7***	***C8***	***L9***	***C10***
2	*1,5715*	*0,288*								
3	*2,2746*	*0,6035*	*1,3341*							
4	*2,3545*	*0,7973*	*2,66*	*0,3626*						
5	*2,6921*	*0,8042*	*3,3882*	*0,6853*	*1,4572*					
6	*2,5561*	*0,8962*	*3,3962*	*0,8761*	*2,8071*	*0,3785*				
7	*2,826*	*0,856*	*3,7594*	*0,8685*	*3,5246*	*0,705*	*1,4932*			
8	*2,6324*	*0,9285*	*3,5762*	*0,9619*	*3,5095*	*0,895*	*2,8547*	*0,3843*		
9	*2,8839*	*0,8762*	*3,8788*	*0,9121*	*3,866*	*0,8836*	*3,5703*	*0,7127*	*1,5084*	
10	*2,6688*	*0,9429*	*3,6461*	*0,9887*	*3,6707*	*0,9765*	*3,5472*	*0,9027*	*2,8761*	*0,387*
n	***C'1***	***L'2***	***C'3***	***L'4***	***C'5***	***L'6***	***C'7***	***L'8***	***C'9***	***L'10***

Tableau B. 2 : Valeurs normalisées des composants d'un filtre de Chebychev type 1 pour différentes valeurs de n.

II.3.3. Filtre de Chebychev type 2

Le tableau B.3 utilise les configurations d'implantation des composants des figures B. 5 et B. 6.

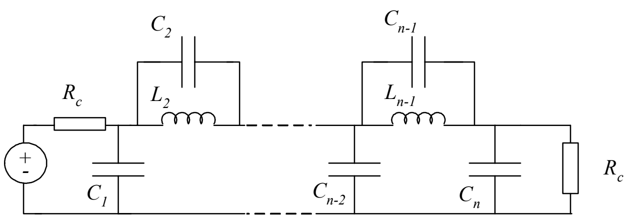


Figure B. 5 : Schéma d'implantation des composants pour les filtres passe-bas de Chebychev 2 et elliptiques commençant par un condensateur parallèle.

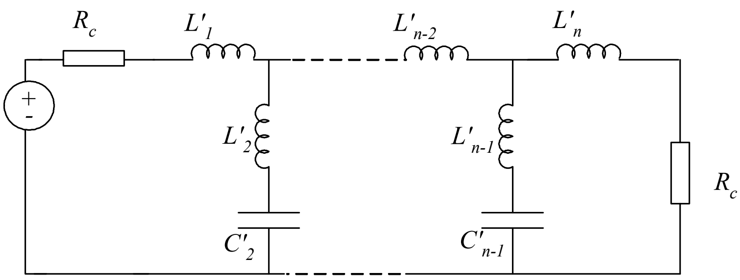


Figure B. 6 : Schéma d'implantation des composants pour les filtres passe-bas de Chebychev 2 et elliptiques commençant par une self série.

Le calcul est fait pour A_s*=100dB.*

n	C_1	L_2	C_2	C_3	L_4	C_4	C_5	L_6	C_6	C_7	L_8	C_8	C_9
3	0,999	1,999	$0,438 10^{-3}$	0,999									
5	0,598	1,585	0,017	1,980	1,602	0,006	0,609						
7	0,342	1,100	0,099	1,726	1,927	0,036	1,740	1,201	0,018				
9	0,047	0,642	0,352	1,409	1,729	0,101	1,855	1,746	0,055	1,426	0,924	0,029	0,304
n	L'_1	C'_2	L'_2	L'_3	C'_4	L'_4	L'_5	C'_6	L'_6	L'_7	C'_8	L'_8	L'_9

Tableau B. 3 : Valeurs normalisées des composants d'un filtre de Chebychev type 2 pour différentes valeurs de n.

II.3.4. Filtre elliptique

Le tableau B. 4 utilise les configurations d'implantation des composants des figures B. 5 et B. 6. le tableau est calculé pour $A_p=0,1dB$ et $A_s=100dB$.

n	C_1	L_2	C_2	C_3	L_4	C_4	C_5	L_6	C_6	C_7	L_8	C_8	C_9
3	1,031	1,147	$0,55*10^{-3}$	1,031									
5	1,120	1,335	0,029	1,946	1,359	0,011	1,138						
7	1,035	1,228	0,163	1,905	1,460	0,091	1,998	1,388	0,031	1,155			
9	0,837	0,976	0,452	1,639	1,284	0,282	1,849	1,424	0,154	1,968	1,386	0,049	1,154
n	L'_1	C'_2	L'_2	L'_3	C'_4	L'_4	L'_5	C'_6	L'_6	L'_7	C'_8	L'_8	L'_9

Tableau B. 4 : Valeurs normalisées des composants d'un filtre elliptique pour différentes valeurs de n.

II.3.5. Filtre de Bessel

Le tableau B. 5 utilise les configurations d'implantation des composants des figures B. 3 et B. 4.

n	L_1	C_2	L_3	C_4	L_5	C_6	L_7	C_8	L_9	C_{10}
2	1,5774	0,4226								
3	1,255	0,5528	0,1922							
4	1,0598	0,5116	0,3181	0,1104						
5	0,9303	0,4577	0,3312	0,209	0,0718					
6	0,8377	0,4116	0,3158	0,2364	0,148	0,0505				
7	0,7677	0,3744	0,2944	0,2378	0,1778	0,1104	0,0375			
8	0,7125	0,3446	0,2735	0,2297	0,1867	0,1387	0,0855	0,0289		
9	0,6678	0,3203	0,2547	0,2184	0,1859	0,1506	0,1111	0,0682	0,023	
10	0,6305	0,3002	0,2384	0,2066	0,1808	0,1539	0,1240	0,0911	0,0557	0,0187
n	C'_1	L'_2	C'_3	L'_4	C'_5	L'_6	C'_7	L'_8	C'_9	L'_{10}

Tableau B. 5 : Valeurs normalisées des composants d'un filtre de Bessel pour différentes valeurs de n.

III. Synthèse du filtre passif pour l'oscillateur $\Sigma\Delta$ passe-bas

Nous désirons un filtre passe-bas avec une fréquence de coupure f_0 de *20 kHz* et présentant une atténuation de *100* dB à partir de *80 kHz*. Vu qu'on veut générer des signaux audio (*0-10 kHz*), on a relaxé les spécifications de la bande à *0 - 15 kHz*. La fréquence de coupure f_0 est alors de *15 kHz*.

On calcule tout d'abord les fonctions de transferts des différents filtres. Ensuite en utilisant les tableaux des valeurs normalisées du paragraphe précédent, on calcule les filtres passe-bas pour la sortie du modulateur sigma delta passe-bas. Nous désirons un filtre passe-bas avec une fréquence de coupure f_0 de *15 kHz* et présentant une atténuation de *100* dB à partir de *80 kHz.*

Le Tableau B. 6 représente les ordres nécessaires pour que les différents types de filtre satisfassent le gabarit voulu.

Type	*Butterworth*	*Chebychev 1*	*Chebychev 2*	*Elliptique*
ordre	*6,87=>7*	*5,95=>6*	*5,95=>7*	*3,672=>5*

Tableau B. 6 : Ordre nécessaire pour la réalisation des différents type de filtres.

On calcule les valeurs unités pour $R_C=50\Omega$:

- $\omega_0=f_0*2\pi=94.247\ 10^3\ rads^{-1}$,
- $C_u=1/(R_C.\omega_0)=212.20*10^{-9}$,
- $L_u=R_C/\omega_0=530,52*10^{-6}$.

Remarque : toutes les simulations effectués présentent une atténuation de 6 dB. Ceci est normal a cause du diviseur de tension par 2 réalisé par les deux résistances de 50 ohm :

$$20\log(1/2) = -6\ dB \qquad (B - 2)$$

III.1. Filtre de Butterworth

A l'aide des tableaux des polynômes de Butterworth on obtient la fonction de transfert suivante :

$$T(S) = \frac{7{,}436\ 10^{24}}{S^5 + 3{,}050\ 10^5 \times S^4 + 4{,}651\ 10^{10} \times S^3 + 4.383\ 10^{15} \times S^2 + 2{,}553\ 10^{20} \times S + 7{,}436\ 10^{24}} \qquad (B - 3)$$

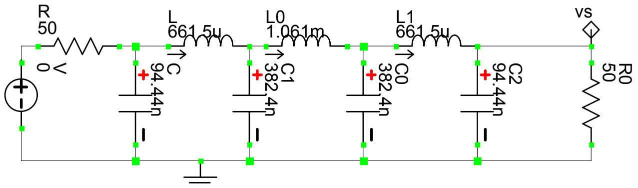


Figure B. 7: Filtre passe-bas de Butterworth d'ordre 7.

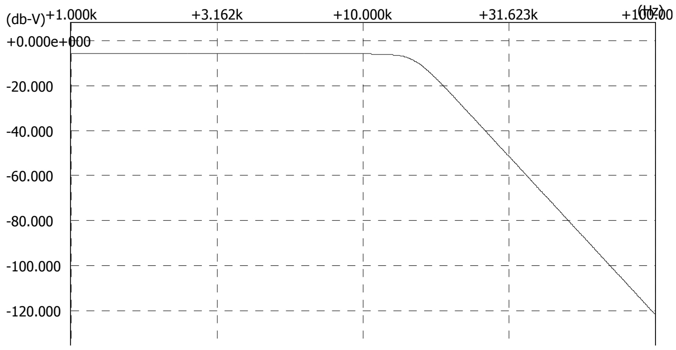


Figure B.8 : courbe de réponse du filtre de Butterworth.

III.2. Filtre de Chebychev type 1

A l'aide du chapitre précédent on calcule la fonction de transfert du filtre de Chebychev type 1 du 6e ordre suivant :

$$T(S) = \frac{3{,}045\ 10^{24}}{S^5 + 1{,}644\ 10^5 \times S^4 + 2{,}461\ 10^{10} \times S^3 + 2{,}007\ 10^{15} \times S^2 + 1{,}133\ 10^{20} \times S + 3{,}045\ 10^{24}} \quad (B\text{ - }4)$$

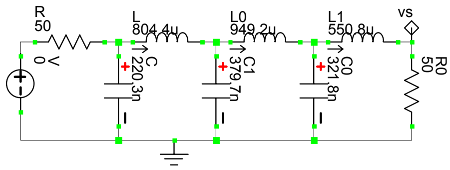


Figure B.9 : Filtre passe-bas de Chebychev type 1 du 6e ordre.

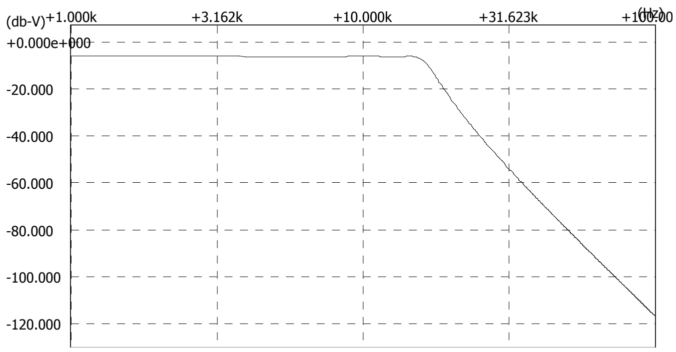


Figure B.10 : courbe de réponse du filtre de Chebychev type 1.

III.3. Filtre de Chebychev type 2

A l'aide du chapitre précédent on calcule la fonction de transfert du filtre de Chebychev type 2 du 5e ordre suivant :

$$T(S) = \frac{27{,}27 \times S^4 + 3{,}245\ 10^{13} \times S^2 + 7{,}722\ 10^{24}}{S^5 + 3{,}064\ 10^5 \times S^4 + 4{,}695\ 10^{10} \times S^3 + 4{,}449\ 10^{15} \times S^2 + 2{,}612\ 10^{20} \times S + 7{,}722\ 10^{24}} \quad (B\text{ - }5)$$

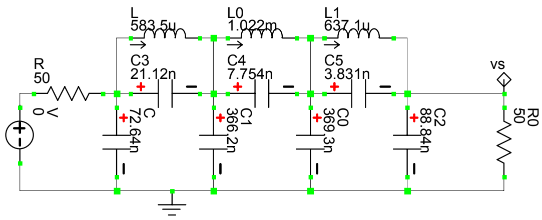


Figure B.11 : filtre passe-bas de Chebychev type 2 du 7e ordre.

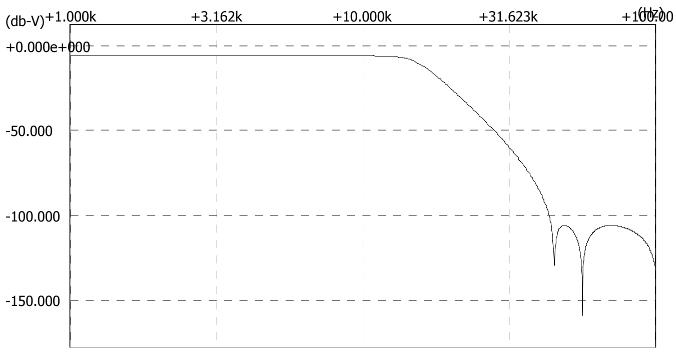


Figure B. 12 : courbe de réponse du filtre de Chebychev type 2.

III.4. Filtre Elliptique

A l'aide du chapitre précédent on calcule la fonction de transfert du filtre elliptique du 5e ordre suivant :

$$T(S)=\frac{22{,}64\times S^{4}+1{,}877\ 10^{13}\times S^{2}+3{,}128\ 10^{24}}{S^{5}+1{,}641\ 10^{5}\times S^{4}+2{,}463\ 10^{10}\times S^{3}+2{,}013\ 10^{15}\times S^{2}+1{,}145\ 10^{20}\times S+3{,}128\ 10^{24}} \quad (B\text{ - }6)$$

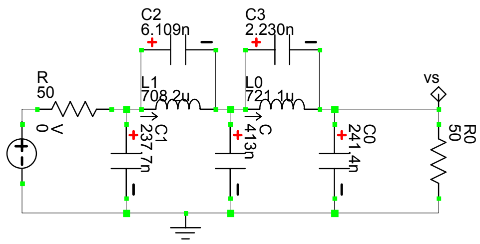


Figure B. 13:filtre passe-bas elliptique du 5e ordre.

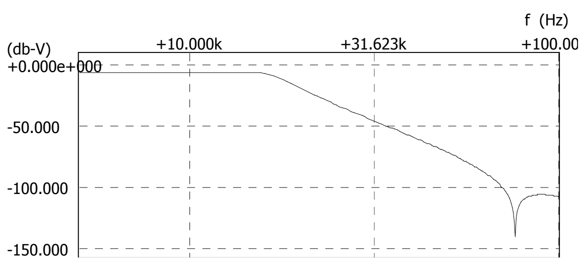


Figure B.14 : courbe de réponse du filtre elliptique.

Après observation des simulations précédentes des filtres passe bas, on note que tout les filtres remplissent les conditions voulues c'est à dire *100* dB d'atténuation à partir de *80 kHz*. Le filtre de Chebychev type 1 présente une complexité la plus faible par rapport au autres type de filtres.

IV. Synthèse de filtre passifs pour l'oscillateur $\Sigma\Delta$ passe-bande

Nous désirons un filtre passe-bas avec une fréquence centrale f_0 de 1 MHz, des fréquences de coupure f_1 et f_2 à *15 kHz* de chaque cotes et présentant une atténuation de *100* dB à partir de *80 KHz* de chaque coté.

On calcule tout d'abord les fonctions de transferts des différents filtres. Ensuite en utilisant les tableaux des valeurs normalisées du chapitre précédent, on calcule les filtres passe-bande pour la sortie du modulateur sigma delta passe-bande.

Le Tableau B. 7 représente les ordres nécessaires pour que les différents types de filtre satisfassent le gabarit voulu.

On calcule les valeurs unités pour $R_C=50\Omega$

- $\omega_0=f_0*2\pi=6.28\ 10^6\ rads^{-1}$,
- $C_u=1/(R_C*\omega_0)=3.183\ 10^{-9}$,
- $L_u=R_C/\omega_0=7.957\ 10^{-6}$.

Type	*Butterworth*	*Chebychev 1*	*Chebychev 2*	*Elliptique*
ordre	*6,87=>7*	*5,95=>6*	*5,95=>7*	*3,672=>5*

Tableau B. 7 : Ordre nécessaire pour la réalisation des différents type de filtres.

Remarque : toutes les simulations effectués présentent une atténuation de 6 dB. Ceci est normal à cause diviseur de tension par 2 réalisé par les deux résistances de 50 ohm :

$$20\log(1/2)=-6\ dB \qquad (B-7)$$

IV.1. Filtre de Butterworth

A l'aide des tableaux des polynômes de Butterworth on obtient la fonction de transfert suivante :

$$\begin{aligned} T(S)=&\frac{8{,}455\ 10^{36}\times S^7}{\left(S^2+4{,}256\ 10^4 S+4{,}064\ 10^{13}\right)\left(S^2+4{,}133\ 10^4 S+3{,}833\ 10^{13}\right)}\times \\ &\frac{1}{\left(S^2+1{,}687\ 10^5 S+3{,}896\ 10^{13}\right)\left(S^2+1{,}189\ 10^5 S+4{,}041\ 10^{13}\right)}\times \\ &\frac{1}{\left(S^2+1{,}161\ 10^5 S+3{,}855\ 10^{13}\right)\left(S^2+1{,}885\ 10^5 S+3{,}947\ 10^{13}\right)}\times \\ &\frac{1}{\left(S^2+1{,}709\ 10^5 S+3{,}999\ 10^{13}\right)} \end{aligned} \qquad (B-8)$$

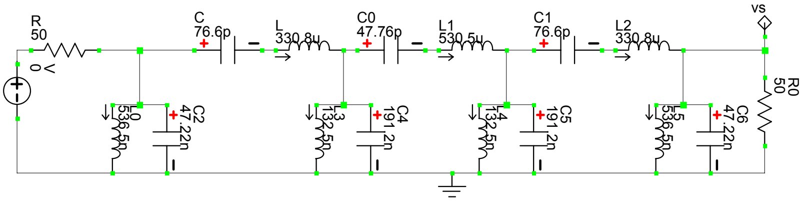


Figure B. 15 : Filtre passe-bande de Butterworth d'ordre 7.

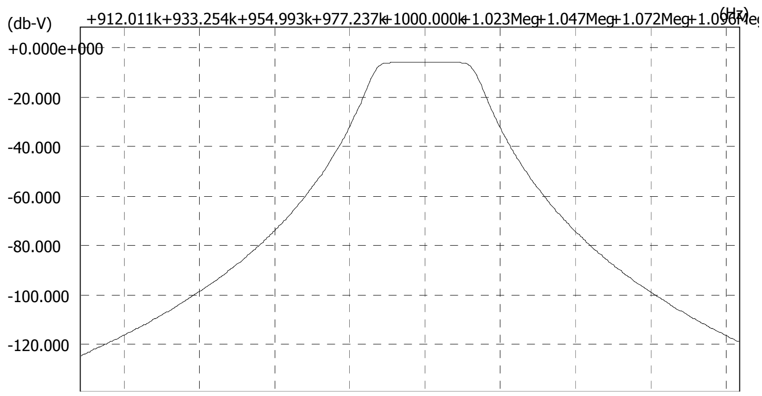


Figure B.16 : courbe de réponse du filtre de Butterworth.

IV.2. Filtre de Chebychev type 1

A l'aide du chapitre précédent on calcule la fonction de transfert du filtre de Chebychev type 1 du 7ᵉ ordre suivant :

$$
\begin{aligned}
T(S) = \;& \frac{8{,}656\ 10^{35}\, S^7}{\left(S^2 + 1{,}605\ 10^4\, S + 4{,}072\ 10^{13}\right)\left(S^2 + 1{,}556\ 10^4\, S + 3{,}825\ 10^{13}\right)} \times \\
& \frac{1}{\left(S^2 + 4{,}484\ 10^4\, S + 4{,}047\ 10^{13}\right)\left(S^2 + 4{,}373\ 10^4\, S + 3{,}849\ 10^{13}\right)} \times \\
& \frac{1}{\left(S^2 + 6{,}443\ 10^4\, S + 4{,}002\ 10^{13}\right)\left(S^2 + 6{,}354\ 10^4\, S + 3{,}892\ 10^{13}\right)} \times \\
& \frac{1}{\left(S^2 + 7{,}102\ 10^4\, S + 3{,}947\ 10^{13}\right)}
\end{aligned}
\qquad (B - 9)
$$

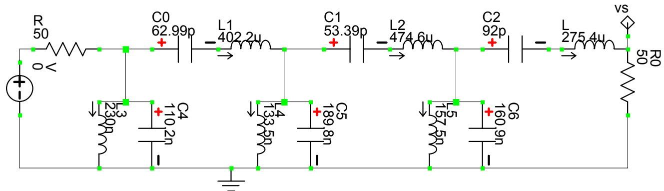


Figure B.17 : Filtre passe-bande de Chebychev type 1 du 6ᵉ ordre.

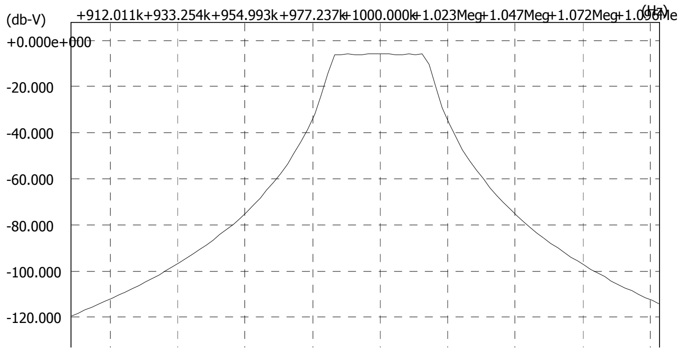


Figure B.18 : courbe de réponse du filtre de Chebychev type 1.

IV.3. Filtre de Chebychev type 2

A l'aide du chapitre précédent on calcule la fonction de transfert du filtre de Chebychev type 2 du 7e ordre suivant :

$$T(S)=\frac{38{,}88\ *S\left(S^2+3{,}605\ 10^{13}\right)\left(S^2+4{,}321\ 10^{13}\right)}{\left(S^2+4{,}027\ 10^4 S+4{,}065\ 10^{13}\right)\left(S^2+3{,}910\ 10^4 S+3{,}833\ 10^{13}\right)}\times \frac{\left(S^2+3{,}220\ 10^{13}\right)\left(S^2+4{,}837\ 10^{13}\right)}{\left(S^2+1{,}775\ 10^5 S+4{,}004\ 10^{13}\right)\left(S^2+1{,}750\ 10^5 S+3{,}891\ 10^{13}\right)}\times \frac{\left(S^2+3{,}525\ 10^{13}\right)\left(S^2+4{,}419\ 10^{13}\right)}{\left(S^2+1{,}172\ 10^5 S+4{,}045\ 10^{13}\right)\left(S^2+1{,}143\ 10^5 S+3{,}851\ 10^{13}\right)}\times \frac{1}{\left(S^2+2{,}004\ 10^4 S+3{,}947\ 10^{13}\right)} \quad (B - 10)$$

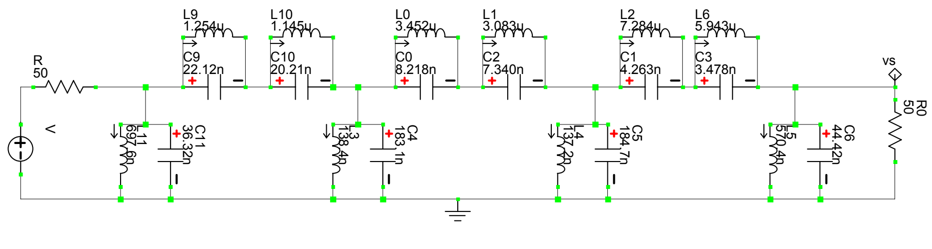


Figure B.19 : filtre passe-bande de Chebychev type 2 du 7e ordre.

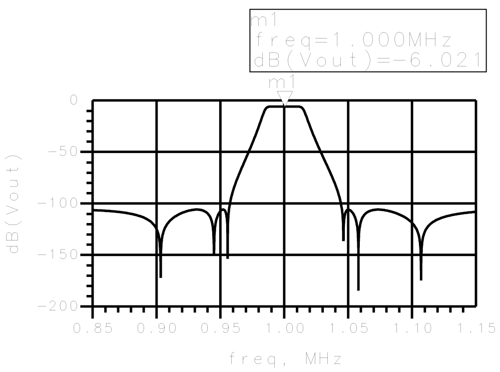


Figure B. 20 : courbe de réponse du filtre de Chebychev type 2.

IV.4. Filtre Elliptique

A l'aide du chapitre précédent on calcule la fonction de transfert du filtre elliptique du 7e ordre suivant :

$$T(S)=\frac{27{,}23\ *S\ \left(S^2+3{,}691\ 10^{13}\right)\left(S^2+4{,}221\ 10^{13}\right)}{\left(S^2+1{,}404\ 10^4 S+4{,}072\ 10^{13}\right)\left(S^2+1{,}361\ 10^4 S+3{,}826\ 10^{13}\right)}\times$$
$$\frac{\left(S^2+3{,}417\ 10^{13}\right)\left(S^2+4{,}559\ 10^{13}\right)}{\left(S^2+4{,}209\ 10^4 S+4{,}050\ 10^{13}\right)\left(S^2+4{,}102\ 10^4 S+3{,}847\ 10^{13}\right)}\times \qquad (B - 11)$$
$$\frac{\left(S^2+3{,}636\ 10^{13}\right)\left(S^2+4{,}284\ 10^{13}\right)}{\left(S^2+6{,}614\ 10^4 S+4{,}006\ 10^{13}\right)\left(S^2+6{,}517\ 10^4 S+3{,}889\ 10^{13}\right)}\times$$
$$\frac{1}{\left(S^2+7{,}589\ 10^4 * S+3{,}947\ 10^{13}\right)}$$

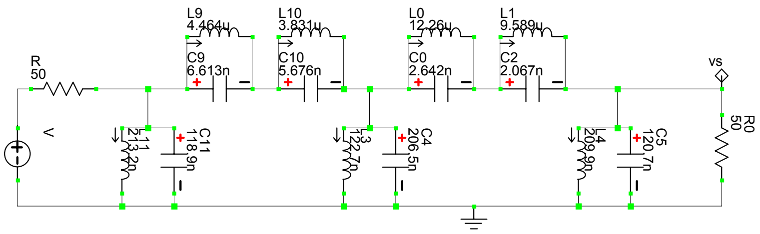


Figure B. 21 :filtre passe-bande elliptique du 5e ordre.

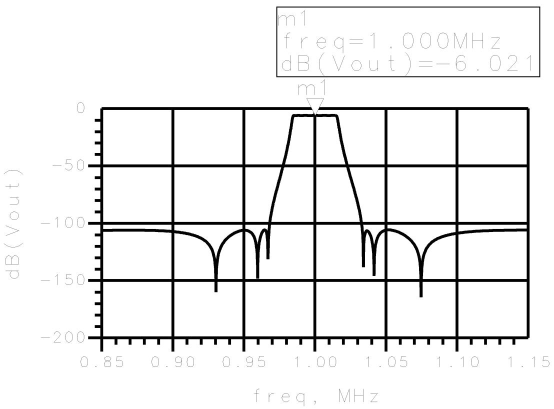


Figure B.22 : courbe de réponse du filtre elliptique.

Comme prévu les simulations précédentes montre que tout les types de filtres remplissent les conditions voulut c'est à dire *100*dB d'atténuation à partir de *80 kHz*. Comme pour le filtre passe bas, c'est le filtre Chebychev type 1 qui présente la complexité la plus faible.